

BİDGE Yayınları

MATEMATİK EĞİTİMİNDE YENİ EĞİLİMLER

Editör: Prof. Maide Orçan Kaçan

ISBN: 978-625-372-545-7

1. Baskı

Sayfa Düzeni: Gözde YÜCEL

Yayınlama Tarihi: 25.12.2024

BİDGE Yayınları

Bu eserin bütün hakları saklıdır. Kaynak gösterilerek tanıtım için yapılacak kısa alıntılar dışında yayıncının ve editörün yazılı izni olmaksızın hiçbir yolla çoğaltılamaz.

Sertifika No: 71374

Yayın hakları © BİDGE Yayınları

www.bidgeyayinlari.com.tr - bidgeyayinlari@gmail.com

Krc Bilişim Ticaret ve Organizasyon Ltd. Şti.

Güzeltepe Mahallesi Abidin Daver Sokak Sefer Apartmanı No: 7/9 Çankaya /
Ankara



İçindekiler

Matematiksel Dil ve İletişim.....	4
Feyza YILDIZ	4
Gülfem SARP KAYA AKTAŞ.....	4
Matematikte Problem Çözme Bağlamında İlişkisel Türde Yapılmış Araştırmaların İncelenmesi	27
İrem BAŞAĞAÇ	27
Emre EV ÇİMEN	27
Yapay Zekanın Matematik Eğitiminde Yükselen Rolü	46
Mervegül IŞIK.....	46
Gülfem SARP KAYA AKTAŞ.....	46
Araştırmaya Dayalı Erken Matematik Değerlendirme Aracı [REMA -The Research-Based Early Maths Assesment]	72
Neslihan DEDEOĞLU-AKTUĞ.....	72
Maide ORÇAN-KAÇAN	72
Rott'un Matematiksel Problem Çözme Modeli: Tüm Yönleriyle İnceleme	83
Şevket AYDIN	83

BÖLÜM I

Matematiksel Dil ve İletişim

Feyza YILDIZ¹
Gülfem SARP KAYA AKTAŞ²

Giriş

Matematiksel İletişim

Eğitim ve öğretim sürecinin bir parçası olan matematiğin daha verimli kılınması için, matematiğin bir iletişim aracı olduğu ve sınıf içi iletişiminin değerlendirildiği fark edilmektedir. İletişim genel tanımıyla, Türk Dil Kurumu (TDK) (2023)'e göre “Radyo, televizyon, telgraf vb. araçlar ile gerçekleştirilen bilgi aktarımı; farklı yollar ile başkalarına bilgi gönderilmesi, haberleşme” olarak açıklanmıştır. Farklı bir ifadeyle duygu ve sezgilerin karşı tarafa gönderilme sürecidir (Çağlar ve Kılıç, 2011, s. 1). Kişiler göndermek istedikleri mesajları sembol, kelime ve yüz ifadeleri ile kodlayabilir

¹ Doktora Öğrencisi, Çukurova Üniversitesi, Eğitim Fakültesi , Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Adana/ Türkiye, 0000-0002-0682-0566, yildizfevza389@gmail.com

² Doç.Dr., Çukurova Üniversitesi, Eğitim Fakültesi , Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Adana/ Türkiye, 0000-0002-1518-2412, gulfemsarpkaya@gmail.com

ve karşı tarafa aktarımını sağlayabilirler (Açıkgöz, 2007, s. 154). Bahsedilen iletişime ek olarak kendine has kavramları, sembolleri, ve dilbilgisine (Cirillo vd., 2010) sahip olan matematiksel iletişim daha kapsamlı bir sürecin içindedir.

Okuma ve dil için oldukça önemli olan iletişim, matematik öğretiminin de temelini oluşturmaktadır. (Kennedy vd., 2008). Matematiksel iletişim, kendine özgü terimlerinin yanında, öğrenciler arası etkileşimi güçlendirerek matematiğe yönelik düşüncelerini belirtmelerini, farklı güncellemeler gerçekleştirmelerini içerir (Whitin, 1994). Başka bir ifadeyle matematiksel iletişim; bir kişinin matematiğe yönelik zihin yapısı ile matematiğin sözlü, görsel ve yazılı ifadelerin grafik, sayı ve sembollerden yararlanarak açıklanabilmesidir. Bunun yanında Cai vd. (1996)'ne göre, matematiğin öğretilmesine, açıklanmasına ve paylaşım süreçlerine ilişkin bir araçtır. Matematiğe ilişkin iletişim becerisi, düşüncelerin sözle ve yazıyla açıklanması, ifadelerin inandırılması olarak tanımlanmaktadır (NCTM, 2000). Bahsedilen matematiksel iletişim becerisi iki amaç için gelişmeye açıktır (Owens, 2006): İlki; becerilerin yeni bir kavram veya kullanılan bir kavramın güncel anlamını öğrenirken matematiksel dilin içeriğini (tanımları, temsillerin türlerini, sembolleri ve notasyonları) fark edebilmeleri, İkincisi ise; bir karşılaştırma sırası veya tekniklerini belirtebilme becerisini kazanmalarındır.

Adams (2003) ise matematiksel iletişimi, öğrenciler açısından örgün ifadeleri anlayabilme olarak açıklamıştır. Öğrenciye “dikdörtgen çiz” komutu verildiğinde nasıl anladığı ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin örgün ifadeleri bilinçli kullanabilmeleri matematiksel kavramları anlamlandırma ve uygulama becerileri için oldukça önemlidir. Kısaca öğrencilerin kullandıkları kavramlar

(doğru, çember, kare, dikdörtgen vb.) ve notasyonları ($<$, π , $\geq$, $=$ vb.) doğru ifadeleri matematiksel iletişimin anahtarıdır. Örneğin; “bir çokgenin köşegenleri ve kenarları (köşegen olmayan doğru parçaları) çizilmesi” istendiğinde öğrencinin çizebilmesi için bu kavramları bilmesi ve anlamlandırması gerekmektedir. Bu nedenle öğrenci çokgen, köşegen, kenar ve doğru parçası kavramlarını açıklayabilmelidir.

Matematiksel İletişimin Boyutları

Matematiksel iletişim becerisi okuma, dinleme, yazma ve konuşma boyutlarını içinde bulundurmaktadır (Thompson ve Chappell, 2007; NCTM, 1989; MEB, 2009; MEB, 2013). Bahsedilen boyutlar aynı zamanda matematik okuryazarlığı ve iletişim için önemli iletişim biçimleridir (Thompson & Chappell, 2007).

Matematiksel okuma: Metinlerde yer alan sözcüklerin çevirisinin yapılması ve sözcüklerin anlamlarının belirtildiği sessiz konuşma şeklidir (Thompson & Chappell, 2007). Gough ve Hoover (1990) bu eylemin, analize ve dile bağlı anlamlandırmaya sahip olduğunu ifade etmiştir (akt. Carter & Dean, 2006). Matematiksel okuma; matematiğin anlamlandırılması, kavramlarının yer alması, teoremler ve kurallar içeren, notasyonların ve sembollerin kullanıldığı ifadelerin en iyi şekilde belirtilmesi olarak açıklanmasıdır. Öğrencilerin matematiksel başarısı kelime, sembol ve grafiklerin yer aldığı matematiksel okumaları gerçekleştirmelerine bağlıdır (Adams, 2003). Okuma becerisi, öğrenmenin temelini oluşturmaktadır (Adams & Lowery, 2007; Caldwell, 2007; Rubenstein & Thompson, 2001).

Matematiksel Dinleme: Dinleme, öğretmen ve öğrencinin dikkatine bağlı, odaklanma isteyen bir eylem olduğu için iki tarafın da çabasına bağlıdır. Dinleme farklı bir iletişim olması sebebiyle, “ortaya çıkan durumların irdelendiği ve başka bir ifadeyle kontrol edildiği bir araçtır”. Bireyler sadece konuşmalar arasındaki matematiğe değil, alt açıklamaları ve bağlamları da dikkate alarak dinlemelidir (Davis, 1994).

Matematiksel yazma: Rose (1989) bireylerin matematiksel ifadelerini anlamlandırma, açıklama ve analizleme çalışmalarını yazılı bir dil ile ortaya koymalarını matematiksel yazma olarak tanımlamıştır. Ayrıca konuşmayı kendi çizgisinde geliştiren bir gelişim süreci olarak da ifade etmiştir (akt. Chappell ve Thompson, 2007). Belirtilen ifade matematik açısından açıklandığında; matematikte yararlanılan semboller, kurallar, ispatlar ve kavramların yazılı ifadesidir.

Matematiksel konuşma: Konuşmanın bireyler arasındaki iletişimi sağladığı düşünüldüğünde, düşünce paylaşımı tanımı vurgulanmaktadır (Yüksel, 2010). Bu yönde matematiksel konuşma da bireylerin matematiğe ilişkin fikir, düşünce, bilgi ve deneyimlerini çevresindeki bireylere sözlü aktarmasıdır (Özpınar, 2012).

Matematiksel İletişimin Önemi

Matematiksel iletişim, bireylerin matematiksel temsiller arası bağlar kurmasını destekler; onların sezgi gücüyle matematik dili, notasyon ve sembolleri ilişkilendirmesini sağlar (Ersoy, 2006). Bu durum matematiksel dil ifadesinin yer aldığı sınıflarda fikir alışverişini, çeşitli yorumlama ve açıklamaların belirtilmesini güçlendirirken; yapılan yorumların güncellenmesine ve yeniden

yapılandırılmasına olanak tanır (Akkus, 2015). Bu doğrultuda matematiğin iletişimsel yönü matematiğe yönelik düşüncüyü geliştirmekte, kavramsal anlamlandırmaya bilinç düzeyinde bir boyut da kazandırmaktadır (Hirschfeld , 2008) ve bu bağlamda öğrencilerin bu bilinci edinmesinde etkin role sahiptir (Sierpinska, 1998, s. 36). Matematiksel kavramları açıklamak ve anlamlandırmak iletişimin önemli noktasıdır, bu yönde gerçekleştirilen yazma, düşünme ve konuşma eylemleri matematiksel düşünme süreçlerine katkıda bulunur (Riesbeck, 2009). Henningsen ve Stein (1997) de bireylerin öğrenme süreçlerinde zihinlerini canlı tutmalarını, ek olarak problemlerdeki çözümlerini anlatma, karşılaştırma ve ispat yapmaları için matematiksel iletişimin vazgeçilmez olduğunu belirtmiştir. Farklı bir çalışmada ise Cooke ve Buchholz (2005) matematiği keşfetme yolculuğuna çıkan öğrencilerin sorgulamalarının sözlü ifadeleri de içine alarak akıl yürütme ve muhakeme becerilerinin gelişmesinde motive ettiğini vurgulamıştır. Matematiğe yönelik akıl yürütme, matematiksel iletişim ile doğru bir orantıya sahiptir ve bu yeterliklerin öğrencilerde olması desteklenmelidir (Habsah, 2017).

Matematiksel iletişim ve düşünme becerileri arasındaki ilişkinin yanında matematik okuryazarlığı becerisinin desteklemesi matematik eğitimcilerinin de dikkatini çekmekte, önemi ortaya konulmaktadır (Matteson, 2006; Mullen, 2009; Thompson & Chappell, 2007). Örneğin, Matteson (2006, s.228) matematik okuryazarlığına ilişkin yetkinlik kazanmanın bireylerin matematik başarılarını artırmaktan daha öte olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda bireylerin matematik kavramlarını açıklamaları ve muhakemede bulunabilmeleri matematik iletişim becerileri ile doğrudan ilgidir. Bu duruma ek olarak OECD (2017), matematiksel iletişimi problem

özme sürecine dahil ederek matematik okuryazarlığı becerisi olarak değeriendirmiştir. Buna ilişkin matematik problemlerini anlama, çözme ve bu süreci ispatlama matematiksel iletişimin tanımını ortaya koymaktadır.

Matematiksel Dil Becerisi

Matematiksel dil binlerce yıl önce farklı medeniyetlerde kullanılmış, teknolojinin temelinde de yerini korumuştur. Örneğın eski mısırdaki roma rakamları ve sayı sistemlerinde farklı gösterimler ve temsiller ile sayı sistemleri oluşturulmuştur. Bunun yanında teknolojik gelişmelerle bilgisayar yazılım algoritmalarının da fark edilmesini sağlamıştır (Khankishiyeva, 2022; Nasiboğlu, 2020).

Kendine has kavramları, sistemi ve notasyonları ile matematiksel dil, matematiğın zengin kelime haznesinin günlük dilden ayrıldığı bir iletişim aracı olmuştur (Cirillo vd., 2010; Raiker, 2002). Bali (2003) matematiksel dili; bireylerin bilimsel fikirlerini belirtme olarak açıklarken, matematik işlemlerini, kavramlarını ve notasyonları içinde barındıran kurallar bütünü şeklinde ifade etmiştir. Pirie (1998, s. 8) matematiksel dil için, “öğretmen ve öğrencilerin matematiksel anlayışları öğretmen ve öğrencilerin birbirine açıkladığı makine” olarak ifade etmiştir. Bu tanımlardan yola çıkılarak matematiksel dil; matematiksel sembol, kavram ve görsel içeriklerin ortaya çıkardığı kavramsal sistemin belirlenmesi ve karşılaştırmalı ilişkiler kuran bir araçtır. Başka bir ifade ile bilimsel düzeyde günlük hayatta yer alan matematiği anlamlandırma aracı olarak açıklanabilir.

Matematiksel dili kullanabilme becerisi; işlemler, kavramlar ve gösterimler arasındaki ilişkileri doğru ve uygun bir ifade ile açıklamaktır (Dur, 2010). Başka bir ifadeyle, matematiksel bilgiyi

açıklarken alan içindeki kavramların ve sembollerin yer alması, farklı gösterim ile temsillerden yararlanılması ve zihinsel matematik örneklerinin iletişim ile ifadesidir. Matematiksel dili kullanma becerisi, yaşamdaki durumları anlamlandırmak ve yorumlama için büyük bir öneme sahip olabilmektedir. Böylece bilinenlerden yola çıkılarak bağlantılar kurulabilir, muhakeme edilebilir, ortaya konulan sonuçlar değerlendirilir ve çözüme ulaşılabilir.

Matematiksel Dilin Boyutları

Bireylerin matematiksel dili kullanabilmeleri ve süreçte etkin olabilmeleri yapılan çalışmalarda öneriler arasındadır. Yeşildere (2007) ile Bali (2003), matematiksel dili sözel ve sembolik dil olarak iki boyutta değerlendirmiştir. Luna ve Fuscablo (2002) ise, matematik için sözel ve sembolik dilin birbiriyle iç içe olmasını ele almıştır. Matematik için sözel dil, matematiksel kavramlardan yararlanarak sözel ve yazılı ifadelerle bir durumu ortaya koyma (Pirie, 1998); bu durumu ortak simgelerle açıklamak ise sembolik dildir (Austin ve Howson, 1979).

İletişimin alt boyutu olarak dili ifade eden Pirie (1998, s. 8), matematik içerikli ortamlarda yer alan dili; günlük yaşam dili, matematiksel sözel dil, yarı matematiksel dil, sözlü olmayan dil, görsel dil ve sembolik dil şeklinde altı başlıkta değerlendirmiştir. Bu başlıklar incelendiğinde, günlük yaşam dili, matematik içerikli terimlerin yerine bu terimlerin günlük yaşamdaki karşılıklarının matematik ile açıklanması, matematiksel sözel dil ise terimlerin ve matematik kavramlarının aktif olarak ele alınmasıdır. Yarı matematiksel dil de, bireylerin matematiksel dili kullanmasa bile farkında olmadan açıklamak istediğinde matematiksel öneminin ortaya çıkmasıdır. Bunun aksine jest ve mimiklerin matematiksel

düşüncelerin açıklanmasında kullanılması sözlü olmayan dil iken tablo, grafik ve geometrik şekillerin doğru ifadesi görsel dildir. Son olarak sembolik dil de uygun kavramlar ile sembollerin kullanılmasıdır. Buradan yola çıkılarak matematik ile ilişkili olan boyutlar (matematiksel sözel dil, sembolik dil ve görsel dil) ve matematik ile dolaylı ilişkisi olan (sosyal boyut) (günlük yaşam dili, sözlü olmayan dil ve yarı matematiksel dil) şeklinde iki ana boyutun, tüm dil biçimleri için geçerli olduğu görülmektedir.

Matematiksel boyutu ve sosyal boyut şeklinde incelemenin yanı sıra, matematiksel dil farklı biçimlerde de değerlendirilmektedir (Pimm, 1994, s. 159):

Matematik sınıflarında konuşulan dil: Öğretmenler ve öğrenciler arasında kurulan iletişim esnasında ortaya çıkan dildir. Örnek olarak, öğrencilerin matematiğe yönelik bir durumda kullandığı ifadenin anlamının incelenmesidir.

Matematikte özel terimlerin kullanımı: Matematiğe yönelik kelime hazinesi olarak değerlendirilen matematiksel terimlerin kullanımının incelenmesidir. Örneğin matematik terimlerinden olan mod, medyan gibi terimlerin kullanımının incelenmesidir.

Matematik sınıflarında kullanılan metinlerin dili: Matematik ile ilgili hazırlanan materyaller, temsiller, grafikler ve sözel problemlerde yer alan dilin dil bilgisine uygunluğunun incelenmesidir. Örnek olarak bir problemin anlaşılma düzeyinin öğrenci başarısına etkisi verilebilir.

Matematiğin kendi sembolik dili: Kavramsal anlamlar ile sembollerin bütünleştirilmesidir. Örneğin $2\pi r$ sembollerin zihinde uyandırdığı zihinsel sürecin incelenmesidir.

Matematiksel Dil Gelişiminin Önemi

Martinez (2001), derste yararlanılan matematiksel dilin üç bileşenine vurgu yapmıştır:

- Dil yoluyla öğrenme gerçekleşir, dolayısıyla iletişimin en önemli aracı ve bir parçasıdır.
- Öğrenciler dil ile fikirlerini savunabilirler ve anlamlandırmayı gerçekleştirirler.
- Sözlü iletişimde dinleme ön plana çıkar ancak matematiksel yazmalarını inceleyerek öğrencilerin anlamlandırmalarını değerlendirme imkanı yakalarız.

Öğrenciler bir metnin bağlamındaki ifadeyi açıklamaya ve muhakeme etmeye, kendi cümlelerine, dilbilgisine, sembollerine ve anlamalarına yorum katma gereksinimi hissedebilirler (Halliday, 1978). Buna yönelik, sözcüklerin anlamları sınırlanır. Öğretmenler, bilimsel araştırma gerçekleştiren yazarlar matematikte yer alan sembol ve anlamlandırma ile dilbilgisinin kullanımını sağlarlar (Gibbs ve Orton, 1996). Matematiksel düşünmenin anahtarı matematiksel dildir. Dil yeterli olmadığında düşünme de sönük kalacaktır (Ferrari, 2004).

Matematiksel terimlerin anlaşılır olabilmesi için dilin doğru ve aktif kullanılması gerekmektedir. Bu doğrultuda matematik içinde yer alan kavramlar anlaşılması gerektiği gibi ifade edilebilir. Brodie (1989) de matematik dilinin işlemler ve formüllerle bireylerin zihnini canlandırarak düşüncelerini net ifade etmelerini ve onaylandıklarını açıklamaktadır. Matematğin günlük yaşam diline aktarılması, matematiksel terimlerden yararlanarak muhakeme edebilme ve matematik üzerine düşünce sisteminin gelişimine

destek vermektedir (Riesbeck, 2009). Matematiğin evrensel bir dil olması, öğretim sürecindeki önemi dikkate alınarak uygun ve aktif kullanılması matematiksel kavram öğretiminde ön plana çıkmaktadır (Toptaş, 2015).

Özetle matematiksel dil bireylere yorum yapabilme, sağlamayı gerçekleştirebilme, düşüncelerini savunabilme konusunda destek olmaktadır. Ayrıca bu durum günlük yaşamda matematikle ilişki kurmak için güçlü bir araçtır (McVey, 2000). Öğrenciler ile öğretmenler dili kullanarak fikir ve düşüncelerini birbirlerine aktarabilirler (Brown vd., 2000). Matematiksel dil bireylerin becerileri ve alan bilgisi hakkında bağlantı kurarak kavram öğretimini etkili hale getirir (Powel & Driver, 2014). Matematiksel dilin aktif ve doğru kullanılması ile somutlaştırma gerçekleştirilebilir, yeni bilgiler akıllarında yapılandırılabilir. Buna yönelik dilin kullanımı için çoklu temsillere (modeller, tablo, grafik, yazılı ifadeler, sözel anlatım) değinilmesi kaçınılmazdır.

Matematiksel Dil Gelişiminin Diğer Becerilere Etkisi

Matematik okuryazarlığı becerisi matematik dilinin uygun ve aktif kullanılmasına bağlıdır (Purpura vd., 2017). Dilin matematik ile ilişkili olduğunu vurgulayan çalışmalarda etkinlikler ve matematik dili arasında köprü olan kavramların, matematik becerileri için önemli bir role sahip olduğunu belirtilmektedir (Turan & De Smedt, 2021). Dilin doğru kullanılması ile matematik öğretimi gerçekleştirilerek; matematiksel çizimler ve sembollerle, matematiksel düşüncelerin formüle edilmesinin önemi fazladır (Beyaz Nokta Vakfı, 1998). Öğrencilerin etkinlikler boyutunda matematik bilgilerini sınaması; yazma, konuşma, matematik terimleriyle düşüncelerini ifade etmesi matematiği

anlamlandırabildiğine yönelik bir kanıt oluşturmaktadır. (Baki, 2008, s. 318). Çünkü matematiğin öğrenilebilmesi için anlaşılması gerekmektedir. Formül ezberlemek yerine sistematik düşünme yeterliğine sahip olmak gereklidir (Hilton, 1986). Sistematik düşünme, sözel ifadelerle de gerek duyulan ancak bazen sembol ve denklemlerle de içinde bulunduran bir düşünmedir. Matematik genelde tanımlama-kuram-ispat yapma şeklinde açıklansa da matematiğin genel olarak anlaşılması için kavram öğretiminin net olması önemlidir (Lesh, 1981). Buna yönelik Jamison (2006)'da, matematiksel kavram öğretimi için matematiksel dili etkin kullanmanın önemini vurgulamıştır.

Matematiksel Dil ve İletişimde Öğretmenin Rolü

Öğretmenlerin sınıf içinde yönlendirmeleri ve rehber olmaları matematik dilinin anlamı için büyük bir öneme sahiptir (Genç, 2016). Bali (2002)'e göre yazma ödevleri matematiksel dile katkısı açısından Matematik ortamlarında yazılı ve sözel ifadelerin yer alması, öğrencilerin kendilerini açıklamasına imkan tanınması, öğretim sürecinde öğretmenin etkin olmasına bağlıdır. Bu nedenle öğretim sürecinde matematiksel dili ve iletişimi doğru kullanmaya yönelik önerilerde bulunmuştur. Yazma sürecinin matematik eğitiminde desteklenmesi öğrenci ve öğretmen ilişkisinin iyi olduğunu, verimli bir iletişim kurulduğunu açıklamaktadır. Öğrencilerin kavramları ifade edebilmeleri öğretmenlerin gözetiminde olup, geri dönütler ile düzeltilirse dili kullanma becerisi geliştirilebilecektir (Atasoy, 2005).

Matematiksel iletişimin katkıları göz önüne alındığında, öğrencilerin matematiği anlamalarının üst düzeye çıkması için, matematiksel iletişim konusunda öğretmenlerin farkındalık

düzeylerinin artırılması, daha seri ve etkin matematiksel iletişim kurabilmeleri için öğrencilere yardım etmeleri oldukça önemlidir. (Brendefur & Frykholm, 2000). Bu sebeple öğretmenler, öğrenciler akran öğretimi ile arkadaşları arasındaki iletişimi düzenleyerek, düşüncelerini açıklamalarına ve eleştirmelerine olanak tanımalı, matematik ile ilgili yazma etkinlikleri planlamalıdır (MEB, 2009). Ortaokullarla öğretmenin bu konuda üç önemli görevi vardır; bunlar: i) sınıf ortamında bütün öğrencilerin öğrenim yapabileceği bir zemin hazırlamak, ii) iletişim için uygun matematik görevleri belirlemek, iii) öğrencilerin öğrenmesini gözlemleyerek onlara rehberlik etmektir (NCTM, 2002). Gerçekleştirilen çalışmalarda öğretmenlerin derslerinde matematiksel iletişim becerisini nasıl kullanacakları hakkında derin bilgilerinin olmadığı fark edilmiştir (Kaya ve Aydın, 2016). Hatta matematik öğretmeni adaylarının dahi matematiksel dili yeterli düzeyde kullanamadıkları ve genellikle kavramları sembollerle açıklayamadıkları görülmüştür (Gürefe, 2018). Öğretmenler öğrencileri sözel ve yazılı iletişim için teşvik etmeli, derin öğrenmeyi etkin kılmak ve matematik başarı düzeylerini artırmak için çaba harcamalıdır (Hirschfeld-Cotton, 2008; Lomibao vd., 2016). Bu nedenle matematik ortamlarında sık karşılaşılan tek taraflı iletişim yerine öğretmenin eğitimci rolüyle grup tartışmaları yaptırması, bireysel soru cevaplar ile öğrencilerin farklı fikirlerini ortaya çıkarabilecekleri uygun iletişim deneyimleri yaşamalarını sağlamalıdır. Bu deneyimlerde öğrenciler kendi fikirlerini ve sezgilerini uygun yöntem, teknik ve stratejiler kullanabilmelidir (Brendefur & Frykholm, 2000; Sierpinska, 1998, s. 37).

Matematiksel Dil ve İletişimin Öğretim Programındaki Yeri

MEB (2018) matematik öğretim programının hedeflediği matematiksel iletişim becerilerine dair amaçları;

- Matematiksel okuryazarlıklarını desteklemek ve geliştirmek,
- Matematikte kavram öğretimini ön plana çıkarmak, günlük yaşama yansıtmak ve farklı temsillerle ifade etmek,
- Matematiğe yönelik fikirlerini açıklamalarını sağlayarak dili uygun ve doğru kullanabilmek,
- Matematiksel dilden yararlanarak bireyler ve nesneler arasında bağlantı kurabilmek

şeklinde vurgulanmıştır.

Matematik okuryazarlığı içinde formüle etme ve yorum yapabilme (OECD, 2017) öğrencilerin soru çözümleri esnasında başvurdukları yollardır (MEB, 2015). Matematiksel sürecin temel noktasında bulunan dil; iletişim, matematikleştirme, sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma, vb. becerileri de içinde barındırmaktadır (MEB, 2019).ir te

NCTM’e (2000) göre ise; okul öncesinden 12. sınıfa kadar olan eğitim programları:

- Bütün bireylerin iletişimden yararlanarak matematiksel fikirleri arasında ilişki kurmalarına,
- Matematiksel düşünce ve fikirlerin arasındaki bağa ve inşa sürecine,

- Disiplinlerarası uygulamalara, matematiğe yönelik düşüncelerini düzenlemelerine ve geliştirmelerine,
- Savundukları düşüncelerini akranlarına, öğretmenlerine net olarak aktarmalarına,
- Farklı düşünce ve fikirleri değerlendirmelerine, bu sayede matematik dilini etkin kullanmalarına odaklanmaktadır.

Özetle, NCTM (2000) matematiğe yönelik iletişim becerilerini, öğrencilerin iletişim kurarak matematiksel fikir ve düşüncelerini güncelleme ve ilişki kurma, savunduğu fikirleri başkaları ile paylaşma, farklı bireylerin matematiksel düşünmede yararlandığı yöntemleri değerlendirme, fikirlerini doğru ve net açıklamalarının matematiksel dili kullanma biçimlerine bağlı olduğunu belirtmiştir.

NCTM, (1989)' e göre, matematiksel dil yeterliği; yapılan matematiksel çalışmalarda konuşma ve yazma esnasında dili akıcı ve doğal kullanımdan etkilenmektedir. MEB, (2009) öğretim programında da bireylere matematiksel terim ve sembollerin aktif ve doğru ifade edilmesi, günlük yaşamda ve alana özgü durumlarda uygun ve net ifadeler kullanılması, işlemler ve matematik terimlerinde aktarım yolları bulunarak açıklamaları hedeflenmiştir. Aynı zamanda matematiksel söylemlerde anlamlandırma esnasında hangi aktarım yollarına başvurdıkları da belirlenerek benimsemeleri istenmiştir.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. Ü., (2007). “Etkili Öğrenme ve Öğretme” 7. baskı, Biliş Gelişim Coşkusu, İzmir.

Adams, T. L., (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The reading teacher*, 56(8), 786-795. doi: 10.2307/20205297.

Adams, T. L. & Lowery, R. M., (2007). An analysis of children’s strategies for reading mathematics. *Reading and writing quarterly*, 23(2), 161-177.

Akkuş, R. (2015). Language and discourse in mathematics. *Elementary Education Online*, 14(1), 230-242. <http://dx.doi.org/10.17051/io.2015.78983>.

Atasoy, E. (2005). *Matematik öğretiminde yazmanın kullanılması* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Austin, J. L., ve Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational studies in mathematics*, 10(2), 161-197.

Baki, A., “Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi” 4. baskı, *Harf Eğitim Yayıncılığı*, Ankara (2008).

Bali, Ç. G. (2002). “Matematik öğretiminde dil ölçeği”, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23: 57-61.

Bali, Ç. G. (2003). “Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri” *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25: 19-25.

Beyaz Nokta Vakfı (BNV), (1998). “Matematik ve dil”, *NSW Report (Çeviri), Avustralya*.

Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). “Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers’ conceptions and practices”, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3: 125–153.

Brodie, K. (1989). Learning mathematics in a second language. *Educational Review*.41(1), 39-15.
<https://doi.org/10.1080/0013191890410105>.

Brown, M., Askew, M., Baker, D., Denvir, H., Millett, A. (2000). Is The National Numeracy Strategy Research Based?. *British Journal Of Educational Studies* (362-85).

Cai, J., Jakabcsin, M. S. & Lane, S. (1996). Assessing students’ mathematical communication. *School Science and Mathematics*, 96(5), 238-246.

Caldwell, J. S., (2007). *Reading Assessment: A primer for teachers and coaches, nd 2 edition*, New York: Guilford Press. Retrieved from <http://www.amazon.com>.

Carter, T. C. & Dean, E. O., (2006). Mathematics intervention for grades 5-11, Teaching mathematics, reading, or both. *Reading Psychology*, 27(2), 127-146. <https://eric.ed.gov/?id=EJ737452> sayfasından erişilmiştir.

Cirillo, M., Bruna, K. R. & Eisenmann, B. H. (2010). “Acquisition of mathematical language: suggestions and activities for English language learners”, *Multicultural Perspectives*, 12(1): 34-41.

Cooke, B. D. & Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal*, 32(6), 365-369.

Çağlar, İ. & Kılıç, S. (2011). “Eğitim Fakülteleri İçin Genel İletişim” 2. baskı, Nobel Yayıncılık, Ankara.

Davis, B. (1994). Mathematics teaching: Moving from telling to listening. *Journal of Curriculum and Supervision*, 9(3), 267–283.

Dur, Z. (2010). “Öğrencilerin matematiksel dili hikâye yazma yoluyla iletişimde kullanabilme becerilerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi”, Yayınlanmamış Doktora Tezi, *Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Ankara.

Ersoy, Y. (2006). İlköretim matematik öğretim programındaki yenilikler-I: Amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim Online*, 5(1), 30-44. Erişim adresi <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/91060>.

Ferrari, P. L. (2004). Mathematical Language And Advanced Mathematics Learning. The 28th International Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education. Volume 2 14–18 July. Bergen, Norway

Genç, G. (2016). *İlkokul matematik derslerinde olumlu bir söylem ortamının etkisinin söylem analizi yöntemiyle incelenmesi* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Gibbs, W., Orton, J. (1996). Language and Mathematics. Issues In Teaching Mathematics. London: Cassell.

Gürefe, N. (2018). Mathematical Language Skills of Mathematics Prospective Teachers. *Universal Journal of Educational Research*, 6(4), 661-671.

Habsah, F. (2017). Developing teaching material based on realistic mathematics and oriented to the mathematical reasoning and mathematical communication. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(1), 43-55.

Halliday, M. A. K. (1978). *Language As Social Semiotic: The Social Interpretation Of Language And Meaning*. Sydney: Edward Arnold

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors that Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking And Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549. <https://doi.org/10.2307/749690>.

Hilton, P. (1986). A Job on Our Hands. in FOCUS, Newsletter of the MAA.

Hirschfeld C.K. (2008). “Mathematical communication, conceptual understanding, and students' attitudes toward mathematics”, *Action Research Projects*.

Jamison, R. (2006). *Learning the Language of Mathematics*. Clemson University.

Kaya, D. & Aydın, H. (2016). Elementary mathematics teachers' perceptions and lived experiences on mathematical communication. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(6), 1619-1629.

Kennedy, L. M., Tipps, S. & Johnson, A. (2008). *Guiding children's learning mathematics*, (11th edition). Balmont: Thomson Wadsworth.

Khankishiyeva, N.(2022). A New Number System And Its Applications . *Journal of Modern Technology and Engineering*, 7(1), 74-84.

Lesh, R. (1981). Applied Mathematical Problem Solving. Educational Studies in Mathematics. Vol.12, No:2, Mayıs, ss. 235-264.

Lomibao, L. S., Luna, C. A. & Namoco, R. A. (2016). The influence of mathematical communication on students' mathematics performance and anxiety. *American Journal of Educational Research*, 4(5), 378-382.

Luna, C.A. ve Fuscablo, L.G. (2002). Enhancement of student problem solving performance through mathematical symbolism. Proceedings of ICME10-Topic Study Group, 9, 1-10.

Martinez, J. (2001). Thinking and Writing Mathematically: Achilles and the Tortoise as an Algebraic Word Problem. *Mathematics Teacher*. 94(4): 248-52.

Matteson, S. (2006). Mathematical literacy and standardized mathematical assessments. *Reading Psychology*, 27, 205–233.

McVey, M. K. (2000). Mathematics Exemplary Assessment Strategies: Review of The Literature. Ottawa: The Network For Educational Leaders.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim matematik dersi 1.-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB. Milli Eğitim

Bakanlığı (MEB). (2009b). *İlköğretim matematik dersi 6.-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2015). *Bilim Ve Sanat Merkezleri Yönergesi*. https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2015_09/18101802_bilimvesanatmerkezleriynergesi.pdf

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf> .

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019). *PISA 2018 ulusal ön raporu*. https://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2019_12/03105347_PISA_2018_Turkiye_on_raporu.pdf adresinden 07 Şubat 2023 tarihinde erişilmiştir.

Mullen, J. (2009). Enhancing mathematical literacy. http://fisherpub.sjfc.edu/mathcs_etd_masters/90 (Erişim tarihi: 07.10.2017) .

Nasiboğlu, R. (2020). An approach to solution of verbal stated mathematical problems. *Journal of Modern Technology and Engineering*, 5(1), 25-35.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (1989). Curriculum and Evaluation for School Mathematics, Reston, VA: Author. *National Council of Teachers of Mathematics*. <https://www.nctm.org/Handlers/AttachmentHandler.ashx?attachmentID=mPo%2FLJh%2BnRc%3D> sayfasından erişilmiştir.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000. *Principles and Standarts for School Mathematics*. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/> Reston, VA: Author.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition*, PISA, OECD Publishing, Paris.

Owens, B. (2006). The Language of Mathematics: Mathematical Terminology Simplified for Classroom Use. The Faculty of the Department of Mathematics East Tennessee State University, Yüksek Lisans Tezi.

Özpınar, İ. (2012). 6-8. Sınıflar matematik öğretim programında yer alan becerileri ölçmeye yönelik ölçek geliştirme çalışması. (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Pimm, D., (1994). “Mathematics classroom language: form, function and force, Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline”, *Kluwer Academic Publishers*, Netherlands, 159-169.

Pirie, S. E. B., (1998). “Crossing the gulf between thought and symbol: Language as stepping-stones”, Language and

Communication In The Mathematics Classroom, H. Steinbring, M. G. B. Bussi and A. Sierpinska (Eds.), *NCTM Publication*, Reston, 7-29.

Powell, S. R., & Driver, M. K. (2014). The influence of mathematics vocabulary instruction embedded within addition tutoring for first-grade students with mathematics difficulty. *Learning Disability Quarterly*, 38(4), 221-233. <https://doi.org/10.1177/0731948714564574>.

Purpura, D. J., Logan, J. A. R., Hassinger-Das, B., & Napoli, A. R. (2017). Why do early mathematics skills predict later reading? The role of mathematical language. *Developmental Psychology*, 53(9), 1633–1642. <https://doi.org/10.1037/dev0000375>.

Raiker, A. (2002). “Spoken language and mathematics”, *Cambridge Journal of Education*, 32(1): 45-60.

Riesbeck, E. (2009). “Speaking of mathematics—mathematics, everyday life and Educational mathematics discourse”, *Sixth Congress of the European Society for Researching Mathematics Education, Working Group 6: Language and Mathematics*, 914–923.

Rubenstein, R. N. & Thompson, D. R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies, *The Mathematics Teacher*, 94(4):265. <http://math.buffalostate.edu/smcmillen/Rubenstein.pdf> sayfasından erişilmiştir.

Sierpinska, A., (1998). “Three Epistemologies, three views of classroom communication: constructivism, sociocultural

approachesi, interactionism”, Language and Communication In The Mathematics Classroom, H. Steinbring, M. G. B. Bussi

Thompson, D. R. & Chappell, M. F. (2007). Communication and Representation as Elements in Mathematical Literacy, *Reading and Writing Quarterly*, 23, 179-196. <https://eric.ed.gov/?id=EJ763801> sayfasından erişilmiştir.

Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 4(1).

Turan, E. & De Smedt, B. (2022). Mathematical language and mathematical abilities in preschool: A systematic literature review. *Educational Research Review*, 36, 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100457>.

Türk Dil Kurumu, TDK. <https://sozluk.gov.tr/>

Whitin, D. J., (1994). *Exploring estimation through children's literature*, *The Arithmetic Teacher*, 41(8): 436-441.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri, *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24 (2): 61-70.

Yüksel A. H. (2010). İletişimin tanımı ve temel bileşenleri. Uğur Demiray (Ed.), *Etkili iletişim*. (3. Baskı). Ankara: PEGEM AKADEMİ.

BÖLÜM II

Matematikte Problem Çözme Bağlamında İlişkisel Türde Yapılmış Araştırmaların İncelenmesi

İrem BAŞAĞAÇ¹
Emre EV ÇİMEN²

Giriş

Problem denildiği zaman daha çok matematik kitaplarında karşılaştığımız dört işleme dayalı sorular akla gelmektedir. Problem, matematik içinde sıklıkla kullanılan bir kavram olsa da diğer alanlarda ve günlük hayatta da karşılaşılan bir kavram olarak geniş bir anlama sahiptir. Haberlerde bahsedilen olaylarda birer matematiksel problem durumu olabileceği gibi, fazla yağıştan uçak veya feribot seferlerinin ertelenmesi, kışın yolların kapanması, bir iş yerindeki havalandırmanın bozulması gibi örnekler de birer gerçek yaşam problemidir. En küçük bir olaydan çok daha karışık

¹ Yüksek Lisans Öğrencisi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Eskişehir/Türkiye, Orcid: 0009-0002-6912-0134, irem_basagac@hotmail.com

² Doç. Dr., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Eskişehir/Türkiye, Orcid: 0000-0002-6835-6578, evcimen@ogu.edu.tr

durumlara kadar her koşulda problemle karşılaşılabilir. Bingham’a (1983) göre bireyin hedefe ulaşmada karşısında bir engelle karşılaşması ve bireyin bu engele karşı hazır bir tepkisinin olmadığı durum problem olarak ifade edilmektedir (akt. Aksungur, 2023). Altun (2000) ise insanın karşılaştığında zihnini karıştıran, belirgin bir çözüm yolunun olmadığı ve sonucun belirsiz olduğu durumları problem olarak açıklamaktadır. Eğer ki bir problem algoritmalarla çözülmeye çalışılırsa problem olma niteliğini yitirmektedir (Aydın, 2016). Bu tanımları göz önünde bulundurarak problemin üç temel özelliği ortaya çıkmaktadır. Bunlar;

- Kişi için karşılaşılan problemin güçlük içermesi,
- Kişinin problemi çözmeye ihtiyaç duyması,
- Kişinin bu problemle daha önce karşılaşmamış olması ve çözüme dair bir hazırlığının bulunmamasıdır (Altun, 2000).

Problem çözme ise problem kavramından yola çıkarak “güçlkle karşılaşlan durumda ne yapılacağını bilme işi” olarak ifade edilebilir. Bir problemle karşılaşıldığında onun anlaşılması çok önemlidir (Altun, 2000). Çünkü kişi, problemi anlayamadığı zaman probleme dair çözüm üretmez, strateji belirlemede zorlanır ve uygulamaya geçemez. Problem çözme bir süreç olarak değerlendirildiğinde, belirli bir çerçevede tasarlanan fakat kolayca ulaşlamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapılması olarak açıklanabilir (Altun, 2000).

Günlük hayatta karşılaşılabilir olacak olayları çözüme kavuşturmak, bir problemi çözebilmek için matematiği kullanmak önem taşımaktadır. Matematik, sınırı olmayan bir kavram yapısına sahip olup, gerçek hayatta karşılaşlan olayları, çevremizi, bilimi ve teknolojiyi anlamlandırmak ve açıklamak için kullanılan evrensel bir

araç olarak görülebilir. Alanyazında yapılan incelemeler, matematik ile ilgili çok çeşitli tanımların mevcut olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni, matematiğin doğasının karmaşık yapıda olmasından kaynaklı tanımlamada ya da açıklamada zorluk yaşanmasıdır (Özgen, Kar, Çenberci & Zengin, 2023). Türk Dil Kurumu (TDK, 2022) sözlüğünde matematik; “Aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı.” olarak tanımlanmaktadır. Özsoy’a (2007) göre ise matematik; bilgiyi düzenlemeyi, analiz etmeyi, yorumlamayı ve paylaşmayı, üretmeyi, tahminlerde bulunmayı aynı zamanda bu dili kullanarak problem çözmeyi içerdiğini ifade etmektedir. Halmos (1980), matematiğin aksiyomlardan, teoremlerden, ispatlardan, tanımlardan, yöntemlerden oluştuğunu belirtmesinin yanı sıra matematiğin gerçekte içerdiği şeyin problemler ve çözümler olduğunu ifade etmiştir (akt. Aksungur, 2023). Bu bağlamda düşünüldüğünde problem kavramı ve problem çözme becerisi, matematiğin temel taşı ve önemli bir amacı olarak görülebilir.

Bu doğrultuda matematikte problemin ve problem çözmenin nasıl tanımlandığına da değinilmelidir. Polya (1962) matematiksel problemi, bir zorluktan çıkış yolu bulmak, bir engelin etrafından dolaşmak, hemen ulaşılamayan bir amaca ulaşmak olarak tanımlarken; Schoenfeld (1989), öğrencinin meşgul olduğu, çözüm elde etmek istediği ve bu çözümü elde etmek için kolayca erişilebilir matematiksel araçlara sahip olmadığı bir etkinlik olarak tanımlamaktadır. Lester ve Kroll (1990) problem çözmeyi, sonucu belirleme adımlarının bilinmediği bir durumun sonucunu belirleyebilmek için önceki deneyim, bilgi ve sezgiyi koordine etme süreci olarak ifade etmektedir (akt. Özgen, Kar, Çenberci & Zengin, 2023). Problem çözme, öğrenmeyi öğrenme süreci olarak da

tanımlamaktadır (Ülgen, 2001). Çünkü yaşam boyunca sürekli problem durumları ile karşı karşıya kalınmaktadır. Karşılaşılan problem durumu ve var olan tecrübeler ile problemler çözülebilir. Bu sayede bireyin problem çözme becerileri gelişir ve bireyler yeni bilgiler edinirler.

Problem çözme becerisinin gelişmesi, matematik öğretim programında yer alan her konu ve kazanım için önem taşımaktadır. Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (Milli Eğitim Bakanlığı - MEB, 2005), problem çözmenin matematik derslerinin ayrılmaz bir parçası olduğu ve bir konudan ziyade bir süreç olduğu belirtilmektedir. 2018 yılı Matematik Dersi Öğretim Programı'nda da problem çözme öğrencinin kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecek bir süreç olarak açıklamaktadır (MEB, 2018). Problem çözmeye dair yapılan tanımlara, problem çözmenin alan yazında nasıl ele alındığına ve öğretim programındaki yerine bakıldığında bu becerinin matematik eğitiminde odak noktası hâline geldiği söylenebilir (Aksungur & Aydın, 2023). Bu bağlamda problem çözme, dün olduğu gibi bugün de matematik araştırmalarının temel konularından biri olmuştur.

Polat ve Aydın'ın (2023) çalışmasında, Ulusal Tez Merkezi'nde yayımlanmış olan problem çözme temalı tezlerin betimsel içerik analizinin yapıp çeşitli değişkenlere göre genel eğilimlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Yapılan çalışmanın sonuçları arasında en çok 7. sınıf öğrencileriyle çalışmanın yapıldığı, en fazla nicel araştırma yaklaşımının kullanıldığı ve veri analiz yöntemlerinde t-testi ile betimsel içerik analizinin en fazla kullanıldığı yer almaktadır.

Baş ve Katrancı (2021), 2000-2020 yılları arasındaki ortaokul düzeyinde hazırlanan problem çözme ile ilgili 103 lisansüstü tezini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın bulguları doğrultusunda en çok 2019 yılında çalışma yapıldığı, tezlerin daha çok yüksek lisans düzeyinde olduğu, araştırma yöntemi olarak daha çok nicel araştırmaların olduğu, tezlerin çoğunlukla deneysel, tarama ve durum çalışması modeline göre hazırlandığı ve en fazla yedinci sınıf öğrencileriyle çalışmalar yürütüldüğü sonuçlarına ulaşılmıştır.

Coşkun ve Soylu (2021) yaptıkları çalışmada, 2000-2020 yılları arasında Türkiye’de matematik eğitimi alanında problem çözmeye yönelik 255 çalışmayı içerik analiz yöntemiyle incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada, problem çözme ile ilgili araştırmaların 2005 yılından itibaren arttığı, en çok ortaokul öğrencileriyle çalışmanın yapıldığı, en fazla nicel araştırma yöntemleri ile deneysel araştırmaların kullanıldığı, test veri toplama aracının ise en fazla tercih edildiği belirtilmiştir.

Yapılan bu çalışma, Ulusal Tez Merkezi’nde yayımlanmış ve matematikte problem çözme bağlamında ilişkişel türde yapılmış tezlerin detaylı bir şekilde incelenip sunulmasıyla literatüre sağlayacağı katkıdan ötürü önem taşımaktadır. Bu konuda araştırma yapmak isteyenler bu çalışma ile Ulusal Tez Merkezi’nde yayımlanan matematikte problem çözme ile ilgili ilişkişel türde yapılan tezlere dair genel bir bakış açısı kazanacaklardır. Bu çalışmanın amacı, matematikte problem çözme bağlamında ilişkişel türde yapılmış araştırmaların incelenmesidir.

Yöntem

Bu çalışmada, araştırma konusunun hedeflerine uygun şekilde nitel araştırma yaklaşımı tercih edilmiş ve doküman analizi yöntemi

kullanılmıştır. Doküman analizi, araştırma verilerinin birincil kaynaklardan düzenli bir şekilde toplanmasını, incelenmesini, sorgulanmasını ve değerlendirilmesini kapsayan bilimsel bir yöntemdir. Bu yöntem, araştırmanın hedefine ulaşılabilmesi için gerekli verilerin elde edilmesini ve bu verilerden anlamlı bulgular çıkarılmasını sağlar (Çepni, 2010). Ayrıca, doküman analizi, araştırma konusu ile ilgili bilgileri içeren materyallerin incelenmesiyle, bu verilerden genellemeler ve açıklamalar yapılmasına olanak tanır (Yıldırım & Şimşek, 2018). İncelenen dokümanların seçimi, araştırmanın amacı ve araştırma sorusunun kapsamına uygun olarak gerçekleştirilmiştir (Merriam & Tisdell, 2016). Bu çalışmada, matematiksel problem çözme bağlamında ilişkisel türdeki araştırmaların incelenmesi amaçlandığı için doküman analizi yöntemi tercih edilmiştir. Bu araştırmanın amacı, 2000-2023 yılları arasında matematikte problem çözme bağlamında ilişkisel türde gerçekleştirilen çalışmaları temel alan tezleri incelemek olup araştırma süreci, doküman analizi yöntemine uygun bir şekilde yürütülmüştür.

İncelenen Dokümanlar

Bu çalışmada, “problem çözme” temel kavram olarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nde (YÖK Tez) erişime açık şekilde yer alan tezlerin konu arama kısmına “matematik” yazılarak taranması sonucunda matematikte problem çözme bağlamında ilişkisel türde 30 teze ulaşılmıştır.

Veri Toplama Süreci

Bu çalışma, matematik eğitimi alanı kapsamında 2000-2023 yılları arasını baz alacak şekilde hazırlanmıştır. Araştırma

kapsamında matematikte problem çözme bağlamında ilişkisel türdeki çalışmalar, YÖK Tez merkezi (<https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tarama.jsp>) üzerinden ulaşılmış olup, ulaşılan 30 tez çalışmanın verilerini oluşturmaktadır. İncelenen tezlerin YÖK tez numaraları ve erişim bağlantıları Microsoft Word programı kullanılarak kaydedilmiştir. Bu adımlar, tezlerin incelenmesi sürecinde kontrol amacıyla uygulanmıştır.

Verilerin Çözümlemesi

Kayıt altına alınan tezlerin incelenmesinde doküman analizi yöntemi tercih edilmiştir. Verilerin çözümlemesinde ise betimsel analiz yöntemi uygulanmıştır. Betimsel analiz, elde edilen verilerin araştırma sorularına uygun şekilde yeniden düzenlenmesine veya farklı boyutlardan ele alınarak sunulmasına olanak tanır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu çalışma kapsamında yer alan tezlerin içeriklerine ait değişkenler sınıflandırılmış ve oluşturulan inceleme tablosuna göre değerlendirilmiştir. Değerlendirme sürecinde, “tezlerin yayınlandığı yıl, araştırmanın türü, araştırma yöntemi, araştırma deseni, verilerin analizi ve örneklem grubu” gibi başlıklar dikkate alınarak, matematikte problem çözme ile hangi türde bir ilişki kurulduğu analiz edilmiştir.

Bulgular

Bu araştırma, 2000-2023 yılları arasında YÖK Tez veri tabanında matematik bağlamında “problem çözme” anahtar kelimesi kullanılarak taratılan ve matematikte problem çözme üzerine yapılan ilişkisel türdeki tez çalışmalarını kapsamaktadır. İncelenen çalışmaların yıllara göre dağılımı analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1: İncelenen araştırmaların yıllara göre dağılımları.

Yıl	f
2000	0
2001	1
2002	0
2003	0
2004	0
2005	0
2006	0
2007	0
2008	1
2009	0
2010	2
2011	1
2012	3
2013	0
2014	2
2015	0
2016	1
2017	1
2018	0
2019	9
2020	0
2021	4
2022	2
2023	3

Tablo 1'e bakıldığında yıllara göre dağılım dengeli bir yapı göstermemektedir. En çok çalışmanın 2019 yılında yapıldığı g r lmektedir. İkinci olarak 2021 yılında dört çalışma bulunmaktadır. Diğer yıllara bakıldığında ise çoğunlukla   , iki veya bir çalışma yapılmıştır. 2000 – 2023 yılları arasında toplamda 12 yıl bu alanda hiç çalışma yapılmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada incelenmiş olan çalışmaların araştırma türüne göre dağılımını incelenerek ulaşılan bulgulara Tablo 2'de yer verilmiştir.

Tablo 2: İncelenen araştırmaların türüne göre dağılımı.

Araştırma Türü	f
Yüksek Lisans Tezi	27
Doktora Tezi	3

Tablo 2 incelendiğinde çalışmaların büyük çoğunluğunun (30 çalışmadan 27'sinin) yüksek lisans tezlerinden oluştuğu görölmektedir. Üç çalışmanın ise doktora düzeyinde yapıldığı tespit edilmiştir. Bu doğrultuda matematikte problem çözme bağlamında ilişkisel türde gerçekleştirilen çalışmalarda yüksek lisans düzeyinde yapılan araştırmaların daha fazla olduğu söylenebilir. Matematikte problem çözme ile ilgili ilişkisel türde incelenmiş çalışmaların araştırma yaklaşımına göre dağılımına Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3: İncelenen araştırmaların yaklaşımlarına göre dağılımı.

Araştırma Yaklaşımı	f
Nitel	3
Nicel	13
Karma	14

Tablo 3'e bakıldığında araştırma yaklaşımında en çok karma araştırmaların (f=14) tercih edildiğı, ardından nicel araştırmaların (f=13) tercih edildiğı görölmüştür. Nitel araştırmalar (f=3) ise en az tercih edilen araştırma yaklaşımı olmuştur. İncelenen çalışmaların araştırma modeline göre dağılımı ise Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4: İncelenen araştırmaların modeline göre dağılımı.

Yöntem		Desen	f
Nitel Yöntem		Durum �alışması	7
		Doküman İnceleme	1
		�ğretim Deneyi	1
		Olgubilim (Fenomenoloji)	1
		Belirtilmemiş	7
Nicel Yöntem	Tarama Araştırması	İlişkisel Tarama	9
	Korelasyonel Araştırma		2
	Deneysel Araştırma	Zayıf Deneysel Desen	2
		Gerçek Deneysel Desen	6
		Yarı Deneysel Desen	7
	Belirtilmemiş		1

Tablo 4’te görüldüğü gibi, nitel araştırmalarda tercih edilen desenler; durum çalışması, doküman inceleme,  ğretim deneyi ve olgubilim (fenomenoloji) şeklinde dir. Nitel yöntemin benimsendiğ  yedi çalışmada durum çalışması deseni tercih edilmiştir. Nitel yöntemin benimsendiğ  yedi çalışmada hangi desenin tercih edildiğ  belirtilmemiştir. Nicel yöntemin tercih edildiğ  araştırmaların dokuzunda ilişkisel tarama modeli, yedisinde yarı deneysel desen tercih edilmiştir. Nicel yöntemlerde kullanılan deneysel araştırmalarda ise en çok yarı deneysel desen (f=7) kullanılmış olup sonrasında gerçek deneysel desen (f=6) gelmektedir. Matematikte problem çözme ile ilgili ilişkisel türde incelenen çalışmaların veri analiz tekniklerine göre dağılımına Tablo 5’te yer verilmiştir.

Tablo 5: İncelenen araştırmaların veri analiz tekniklerine göre dağılımlı.

Veri Analiz / Tekniği			f
Betimsel İstatistik	Frekans – Yüzde		30
	Ortalama, Standart Sapma		25
Toplam			55
Nitel Analiz	Betimsel Analiz		5
	İçerik Analizi		12
Nicel Analiz	t-Testi	Bağımsız Örneklem t-Testi	8
		Bağımlı Örneklem t-Testi	7
		Belirtilmemiş	5
	Ki-Kare Testi		1
	Mann Whitney U Testi		4
	ANOVA	Tek Yönlü Varyans Analizi	5
		İki Yönlü Varyans Analizi	3
		Belirtilmemiş	1
	MANOVA		1
	Kruskal-Wallis		1
	Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi		3
	Kolmogorov-Smirnov Testi		4
	Shapiro-Wilks Testi		4
	Korelasyon Analizi		7
	Regresyon Analizi		8
	Hedge-S G Analizi		1
Toplam			80

Tablo 5’te verilen veri analiz teknikleri incelendiğinde, betimsel istatistik olarak geçen frekans ve yüzdenin (f=30) tüm çalışmalarda; ortalama ve standart sapmanın (f=25)  alışmaların çoğuna yakınında kullanıldığı g r lmektedir. İncelenen tezlerde çoğunlukla nicel veri analiz yöntemlerinin tercih edildiği g r lm şt r. Karma yöntemin benimsendiği çalışmalarda ise bir veya daha çok tekniğin kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmalarda nicel veri analizi tekniklerinden en çok bağımsız örneklem t-testi ile regresyon analizi kullanılmış olup her ikisi de

eşit sayıda ($f=8$) dağılım göstermiştir. Nitel veri analizi tekniklerine bakıldığında içerik analizi ($f=12$) tekniği daha çok tercih edilmiştir. İncelenen araştırmaların örneklem grubuna göre dağılımı Tablo 6’da sunulmuştur.

Tablo 6: İncelenen araştırmaların örneklem grubuna göre dağılımı.

Örneklem Grubu		f
İlköğretim (İlkokul) Öğrencileri	2. Sınıf	30
İlköğretim (Ortaokul) Öğrencileri	5. Sınıf	77
	6. Sınıf	916
	7. Sınıf	925
	8. Sınıf	270
Ortaöğretim (Lise) Öğrencileri	9. Sınıf	35
	12. Sınıf	10
18 yaş ve üzeri Yetişkinler		300
PISA 2012 Verileri (Doküman)		2

Tablo 6 incelendiğinde çalışmalarda en çok yer alan örneklem grubunun “7. sınıf ilköğretim (ortaokul) öğrencileri” ($f=925$) olduğu görülmektedir. Bunun devamında “6. sınıf ilköğretim (ortaokul) öğrencileri” ($f=916$) yer almaktadır. İncelenen tezlerin örneklem grupları arasında 5. ve 8. sınıf düzeyinde ortaokul öğrencileri, 2. sınıf düzeyinde ilkokul öğrencileri ile 9. ve 12. sınıf düzeyinde lise öğrencileri yer almaktadır. Çalışmaların birinde ise örneklem grubunun 18 yaş ve üzeri yetişkinleri kapsayacak şekilde belirlendiği sonucuna ulaşılmıştır. İki çalışmada örneklem grubu olarak PISA 2012 verileri doküman olarak kullanılmıştır. Çalışmalarda ilkokul 1, 3 ve 4. sınıf düzeyi ile lise 10 ve 11. sınıf düzeyinde bulunan öğrencilere dair örneklem grubu yer almamaktadır. İncelenen araştırmaların problem çözme ile hangi türde ilişkilendirildiğini gösteren dağılım Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7: İncelenen araştırmaların ilişkilendirildiği kavramlara göre dağılımı.

Kategori	Tema	f
Beceriler	Problem Kurma	5
	Matematiksel Modelleme	1
	Matematiksel Oyun Geliştirme	1
	Matematik z-Yeterliği	1
	Matematik Okuryazarlığı	1
	Matematik Okuryazarlık z-Yeterlik	1
	Sayı Duyusu	1
	Temsil	1
	stbiliş	1
	stbilişsel z-Düzenleme	1
	z-Değerlendirme	1
Geometri	Zihnin Geometrik Alışkanlıkları	1
	Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri	1
Öğretim ve Yaklaşım	Etnomatematik Uygulamalarının Kullanıldığı ğretim	1
	ocuk Edebiyatıyla Bütünleştirilmiş ğretim	1
	oklu Temsillerle ğretim	2
	alışma Yapraklarıyla ğretim	1
	Akış şemaları İle ğretim	1
ğrenme Ortamları	İşbirliğine Dayalı ğrenme Ortamları	1
	A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamalar	1
Teknoloji	Eğitsel Robot Setleriyle Gerçekleştirilen STEM Etkinlikleri	1
	Robotik Kodlama	1
	Bilgisayar Destekli Matematik Dersinde STAR Stratejisi	1
	Elektronik izelge Programları	1
	Bilgisayar Destekli oklu Gösterimler	1
Çevresel Faktörler	Ev-Aile	1
	Okul Türü	1
	Sosyo-Ekonomik Düzey	1
Diğer	Kaygı	1

Tablo 7’de verilen başlıklara göre incelenen çalışmaların en çok problem kurma (f=5) kavramı ile ilişkilendirildiği

görülmektedir. Devamında öğretim başlığında yer alan çoklu temsillerle öğretim ($f=2$) ile ilişkilendirildiği sonucuna ulaşılmıştır. İlişkilendirme türü başlığı altında yer alan diğer ifadeler, frekans olarak ($f=1$) eşit sayıda dağılım göstermektedir.

Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde, bulgular kısmında sunulan tablo ve yorumların analizine dayalı olarak elde edilen sonuçlar ve bu sonuçların literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmasıyla oluşturulan tartışmalar yer almaktadır.

Yücedağ ve Erdoğan (2011), Türkiye’de matematik eğitiminde durumun nasıl olduğunu görebilmek ve betimleyebilmek için lisansüstü tezleri incelemeyi konu edinen araştırmaların faydalı olacağını belirtmişlerdir. Bu doğrultuda bu çalışmada matematikte problem çözme ile ilgili ilişkisel türde yapılan lisansüstü tezler incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında matematikte problem çözme ile ilgili ilişkisel türde yapılan çalışmalarda yüksek lisans tez sayısının daha fazla olduğu belirlenmiştir. Yayımlanmış tezlerin sayıca fazla olduğu yıl ise 2019 yılı olmuştur. Bu araştırmanın sonucuna benzer olarak Baş ve Katrancı’nın (2021) çalışmasında da en çok 2019 yılında çalışma yapıldığı belirtilmiştir. Araştırmada incelenen lisansüstü tezlerin ilişkisel türde dağılımlarından ulaşılan sonuçlara bakıldığında, problem çözmenin ayrılmaz bir bütün olduğu problem kurma ile en çok ilişkilendirildiği görülmüştür. Matematikte problem çözme ile ilişkilendirilmiş birçok farklı konunun olduğu da görülmektedir.

İncelenen tezlerin araştırma yaklaşımlarına bakıldığında, araştırmalarda karma yöntemin en çok kullanıldığı ve devamında sırasıyla nicel ve nitel yöntemlerin geldiği görülmektedir. Bu

araştırmanın sonucundan farklı olarak Coşkun ve Soylu'nun (2021) çalışmasında en çok nicel araştırma yaklaşımının kullanıldığı belirtilmiştir. Lisansüstü tezlerin araştırma modeline ilişkin bulgulara bakıldığında; nicel çalışmalarda en çok ilişkisel tarama modelinin, nitel çalışmalarda ise durum çalışmasının kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada yer alan tezlerin veri analiz tekniklerine dair bulguların dağılımına bakıldığında, nicel analiz yöntemleri arasında bağımsız örneklem t-testi ve regresyon analizinin eşit şekilde kullanıldığı belirtilmiştir. Nitel veri analizinde ise içerik analizinin, betimsel analize kıyasla daha çok tercih edildiği sonucuna varılmıştır. Polat ve Aydın (2023) tarafından yapılan araştırmada da benzer şekilde, t-testi ve içerik analizinin en fazla kullanılan yöntemler olduğu belirtilmiştir.

İncelenen tezlerde örneklem grubu ile ilgili bulgulara bakıldığında, örneklem sayısı büyük olanlar sırasıyla; ortaokul 7. sınıf öğrencileri, ortaokul 6. sınıf öğrencileri ve 18 yaş ve üzeri yetişkinler şeklindedir. Polat ve Aydın'ın (2023) çalışmasında da en çok 7. sınıf öğrencileriyle çalışma yapıldığı belirtildiğinden, bu çalışmada ulaşılan sonuç ile benzerlik göstermektedir. Örneklem sayısı daha az olanlar ise sırasıyla; lise 12. sınıf öğrencileri, lise 9. sınıf öğrencileri ve ilkokul 2. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. PISA 2012 verilerinin örneklem olarak ele alındığı iki çalışmanın olduğu da görülmüştür.

Öneriler

Bu bölümde, çalışmada elde edilen bulgular ve sonuçlar ışığında bazı önerilerde bulunulmuştur:

Matematikte problem çözme üzerine yapılacak araştırmalarda, bu çalışmada ele alınan faktörlerin dışında farklı değişkenler

belirlenerek inceleme araştırmaları gerçekleştirilebilir. Bu araştırmada, matematikte problem çözme ile ilgili yapılan araştırmalarda, yüksek lisans tezlerinin sayısının doktora tezlerine kıyasla daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle, matematik eğitimi alanına katkı sağlaması amacıyla bu konuda daha fazla doktora tezi yapılmasına dair teşviklerde bulunulabilir. Yurtdışında İngilizce yazılmış tez veya makaleler de incelenerek karşılaştırmalı araştırmalar gerçekleştirilebilir.

Kaynaklar

Aksungur, A. (2023). Matematiksel problem çözme ile ilgili TR Dizin’de yer alan eğitim fakülteleri dergilerine ait makalelerin incelenmesi. (Yüksek lisans tezi). Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde.

Aksungur, A. & Aydın, Ş. (2023). TR Dizin’deki eğitim fakültelerinin dergilerinde matematiksel problem çözme ile ilgili makalelerin incelenmesi. Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi (AKEF) Dergisi, 5(3), 906–921.

Altun, M. (2000). İlköğretimde problem çözme öğretimi. Millî Eğitim Dergisi, 147, 27–33.

Aydın, Ş. (2016). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersine ve problem kavramına yönelik görüşleri. (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Baş, F. F. & Katrancı Y. (2021). Problem çözme ile ilgili hazırlanan lisansüstü tez çalışmalarının betimsel içerik analizi. 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu (Tam Metin Kitabı), 155–167.

Coşkun, A. & Soylu, Y. (2021). Türkiye’de matematik eğitimi alanında problem çözmeye yönelik yapılan çalışmaların bir içerik analizi. International Journal of Educational Studies in Mathematics, 8(3), 230–251. <https://doi.org/10.17278/ijesim.984843>

Çepni, S. (2010). Araştırma ve proje çalışmalarına giriş. Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). Qualitative research a guide to design and implementation (4. Baskı). San Francisco: John Wiley & Sons, Inc.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), (2005). Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (9 – 12. sınıflar). Ankara: MEB.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Ankara: MEB.

Özgen, K., Kar, T., Çenberci, S., & Zengin, Y. (2023). Matematikte problem çözme ve problem kurma. Ankara: Pegem Akademi.

Özsoy, G. (2007). İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejileri öğretiminin problem çözme başarısına etkisi. (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Polat, K. & Aydın, Ş. (2023). Ortaokul öğrencilerine problem çözme temalı hazırlanmış tezlerin incelenmesi. Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi, 10(36), 426–455.

Türk Dil Kurumu (TDK), (2022). (18.12.2023 tarihinde <https://sozluk.gov.tr/> adresinden erişilmiştir.)

Ülgen, G. (2001). Kavram geliştirme-kuramlar ve uygulamalar, (3. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri, (11. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yücedağ, T. & Erdoğan, A. (2011). 2000–2009 yılları arasında matematik eğitimi alanında Türkiye’de yapılan çalışmaların bazı

değişkenlere göre incelenmesi. Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 10(2), 825–838.

BÖLÜM III

Yapay Zekanın Matematik Eğitiminde Yükselen Rolü

Mervegöl IŞIK¹
Gülfem SARP KAYA AKTAŞ²

Giriş

1950'de Turing'in ortaya attığı 'Makineler insanlar gibi düşünebilir mi?' sorusu, yapay zekanın (YZ) doğuşuna ilham veren kıvılcım oldu. YZ, bilimsel ve teknolojik bir alan olarak oldukça genç bir geçmişe sahiptir ve kökleri yalnızca birkaç on yıla dayanmaktadır. İlk kez 1956 yılında Dartmouth Konferansı'nda ortaya atılan bu terim, zamanla çeşitli disiplinlerin katkılarıyla zenginleşmiş ve çok yönlü bir çalışma alanı haline gelmiştir. Bilgisayar bilimi, matematik, felsefe, sinirbilim ve psikoloji gibi farklı disiplinler, YZ'nin gelişimine disiplinler arası bir yaklaşımla önemli katkılar sağlamıştır. Bu alanın temel amacı, insan zekâsını

¹Doktora öğrencisi, Çukurova Üniversitesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Adana/Türkiye, Orcid: 0009-0007-2037-4877, mervegulisk@gmail.com

²Doç.Dr., Çukurova Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Adana/ Türkiye, 0000-0002-1518-2412, gulfemsarpkaya@gmail.com

ve bilişsel süreçlerini daha iyi anlamak, bunları matematiksel ve algoritmik modellerle açıklamak ve bu süreçleri yapay sistemler üzerinde taklit edilebilir hale getirmektir. YZ, insan beyninin problem çözme, öğrenme, karar verme ve dil anlama gibi karmaşık işlevlerini modellemek için yoğun çalışmalar yürütür. Bu doğrultuda hem insan davranışını taklit eden hem de kimi durumlarda insan kapasitesinin ötesine geçen sistemler geliştirilmesi hedeflenmektedir (Casal-Otero vd., 2023).

YZ, hızla ilerleyen teknolojisi ve hayatın her köşesine dokunan uygulamalarıyla günümüzün en dikkat çekici yeniliklerinden biri haline gelmiştir. Bu devrim niteliğindeki gelişimin, eğitimin dinamiklerini derinden sarsması ve dönüştürmesi ise kaçınılmazdır. Eğitimde YZ'nın hızlı yükselişi, öğrenme fırsatlarını genişletme, bireyselleştirilmiş öğrenme deneyimlerini geliştirme ve hedeflenen öğrenme sonuçlarına ulaşma açısından büyük bir potansiyele sahiptir (Zhang & Aslan, 2021). Eğitimde, farklı YZ türleri ve teknolojilerinin birlikte kullanımı, öğrenme performansını artırmak ve sınırsız fırsatlar sunmak için önerilmektedir (Zheng vd., 2021). YZ, eğitim materyallerini iyileştirerek ve eski yöntemleri dönüştürerek modern eğitime katkı sağlar. Aynı zamanda çocukların performansını zamanla artırır, öğretmenlerin öğrencilere bireyselleştirilmiş ilgi göstermedeki eksikliklerini giderir ve öğrencilerin farklı öğrenme hızlarını dengelemeye yardımcı olur. Bu nedenle, YZ'nin eğitim üzerindeki etkisi oldukça önemlidir (İçen, 2022).

YZ, matematik eğitimine ilk olarak 1970'lerin başında ortaya çıkan eğitim teknolojisi projeleriyle girmiş ve sonraki yıllarda dinamik geometri ile bilgisayar cebir sistemleri gibi yazılımlarla ilk defa kendini göstermeye başlamıştır (Balacheff, 1993). Günümüzde

YZ'nin matematik eğitimine entegrasyonun, matematik kaygısını azaltma, kişiselleştirilmiş matematik öğrenimini destekleme, öğretmeni destekleme, problem çözümüne yardımcı olma, matematik başarısını arttırma, problem oluşturma, karmaşık matematik konularını basitleştirme, yenilikçi ders planları geliştirme, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını geliştirmek için geri bildirim ve fikir sağlama, matematiksel muhakemeyi güçlendirme, matematiksel düşünmeyi teşvik etme, geometrik düşünme düzeylerini geliştirme, kendi kendine matematik öğrenimini destekleme, problem çözme becerilerini artırma, uzamsal yeteneği ve analitik düşünmeyi geliştirme gibi birçok faydası bilinmektedir (Akman, & Çakır, 2020; Ergene & Ergene, 2024; Güreffe vd., 2024; Hwang & Utami, 2024; Inoferio vd., 2024; Kasneci vd., 2023; King vd., 2021; Korkmaz Güler vd., 2024; Park, 2020; Rau vd., 2014; Uygun vd., 2024; Wardat vd., 2023; Wijaya vd., 2024).

Bu bölüm, YZ'nin matematik eğitimindeki mevcut ve potansiyel rollerini keşfetmeyi amaçlamaktadır. Özellikle, öğrenme süreçlerinde kullanılan YZ teknolojileri ve bu teknolojilere özgü kazanımlara ek olarak matematiksel problem çözmedeki desteği ele alınacaktır. Ayrıca, YZ'nin eğitimde sunduğu fırsatlar ile karşılaşılan temel zorluklar arasında bir denge kurularak, bu teknolojinin matematik öğretiminde nasıl etkili ve etik bir şekilde kullanılabileceği tartışılacaktır. Bu kapsamda, okuyuculara hem teorik bir çerçeve hem de pratik uygulamalar hakkında öz bir rehber sunulması hedeflenmektedir.

Matematik eğitiminde yapay zekanın uygulamaları

Bu kısımda, matematik eğitiminde YZ'nin çeşitli uygulamaları kapsamlı bir şekilde ele alınmakta; kullanılan YZ türleri, matematiksel problem çözme süreçlerindeki işlevleri ve bu süreçte karşılaşılan zorluklar ile etik sorunlar ele alınmaktadır.

1.Kullanılan bazı yapay zeka türleri

YZ'nin matematik öğrenimi üzerinde etkisini değiştirebilecek en önemli faktörlerden biri kullanılan YZ türüdür. Bu teknolojilerin çeşitli özellikleri ve yaklaşımlarından dolayı matematik eğitiminde farklı sonuçları olabilmektedir (Yi vd., 2024). Literatürde YZ'nin matematik eğitime entegrasyonunda en çok görülen algoritma türleri ile ilgili bilgi verilmiştir: YZ sohbet robotları, Akıllı Öğretim Sistemleri (ITS), Uyarlanabilir Öğrenme Sistemleri (ALS), Eğitimsel Veri Madenciliği (EDM) (Chen vd., 2020; Hwang & Tu, 2021; Yi vd., 2024).

Yapay zeka sohbet robotları: Sohbet robotlarının tasarımı, sosyal, duygusal, bilişsel ve pedagojik özelliklere dikkat ederek yapılır. YZ destekli sohbet robotları, hem Doğal Dil İşleme (NLP) hem de Büyük Dil Modelleri (LLM) teknolojilerinin bir uygulama alanıdır. Bu robotlar, metin tabanlı, ses tabanlı veya fiziksel bir formda olabilir ve mesajlaşma uygulamaları, web siteleri ya da akıllı cihazlar üzerinden kullanılabilir (Taani, & Alabidi, 2024). Sohbet robotlarının öğrenme deneyimlerini iyileştirme, anında destek sağlama ve eğitime erişimi artırma gibi faydaları vardır (Kuhail vd., 2023).

YZ sohbet robotlarının gelişiminin geldiği son durumda, araştırma verileri ve karmaşık diyagramlar da dahil olmak üzere metinsel ve görsel bilgileri yorumlama ve matematik problemlerini gelişmiş doğrulukla çözme yeteneği, bu robotların çeşitli eğitim

alanlarında uygulanabilirliğini artırmış, aynı zamanda yeniliği teşvik etme ve kapsayıcı öğrenme süreçlerini destekleme, kişiselleştirilmiş destek, anında geri bildirim, etkileşimli problem çözme ve uyarlanabilir öğretim sağlayarak, katılımı teşvik ederek ve öğrenme sonuçlarını iyileştirerek öğrencilerin matematik öğrenme deneyimlerini genişletme potansiyelini de göstermiştir (Wardat vd., 2023; Son vd., 2024). YZ destekli sohbet robotları, yüksek kaliteli matematiksel kelime problemleri oluşturma yeteneğine sahiptir. Bu sistemler hem verilen bağlamsal bilgilere uygun hem de çeşitli zorluk seviyelerinde anlamlı ve yaratıcı matematiksel problemler oluşturma konusunda başarılıdır. Üretilen problemler, özgünlük ve bağlama uygunluk açısından tatmin edici bir performans sergilemektedir. Bunun yanı sıra, sistemin dil kalitesinin yüksek olduğu ve oluşturulan matematik problemlerinin hem gerçekçi hem de matematiksel olarak doğru olduğu ifade edilmektedir. Ayrıca sistemin, daha yüksek zorluk seviyelerine sahip problemlerde bile kaliteli üretim yapabildiği belirtilmiştir. Yalnızca basit matematiksel kavramlarla sınırlı kalmayarak daha karmaşık ve düşündürücü problemler üretme kapasitesine de sahiptir (Hwang & Utami, 2024). YZ destekli sohbet robotları verileri sorgulamak için matematiksel bir asistan olarak kullanılabilir, bir arama motoru ve matematiksel bilgi tabanı arayüzü olarak hareket edebilir (Uygun vd., 2024). Bu sonuçlar, sistemin eğitimdeki potansiyel uygulamaları için umut verici bir tablo çizmektedir. Hem dil kalitesi hem de matematiksel doğruluk bakımından sağladığı başarı, bu tür bir YZ destekli aracın etkili bir matematik eğitimi materyali üreticisi olarak kullanılabileceğini göstermektedir.

Akıllı Öğretim Sistemleri (ITS): Eğitim teknolojisi araştırmacıları, YZ tekniklerini kullanarak matematik, fen ve

bilgisayar bilimleri gibi derslere uygun akıllı özel ders sistemleri (ITS) geliştirmektedir. ITS'ler, öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına göre öğretimi uyarlayarak etkili öğrenme sağlar ve öğretmenlerin her öğrenciye kişiselleştirilmiş geri bildirim sunmasına destek olur (Moore vd., 2022). ITS kullanan öğrenciler, öğrenme süreçlerinde geleneksel sınıflarda eğitim alan öğrencilere göre daha yüksek performans sergilemektedir (Ma vd. 2014).

ITS'lerin matematik eğitiminde kullanıldığı bazı çalışmalardan elde edilen sonuçlar önemli bir öğretim materyali olduğunu ortaya koymaktadır. Örneğin çarpma ve bölme işlemlerini öğrenmek için geliştirilen diyalog tabanlı bir ITS, ilköğretim öğrencilerinin öğrenme sürecinde etkili bir araç olarak öne çıkmıştır. Bu sistemi kullanan öğrenciler, matematiği yalnızca öğretim materyallerini okuyarak öğrenenlere kıyasla daha yüksek bir performans sergilemiştir (Pai vd., 2020). Öğrencilerin kesir kavramını daha iyi anlamalarını desteklemek amacıyla birden fazla etkileşimli grafiksel gösterim sunan bir ITS, öğrencilerin kesir bilgisi edinmelerini kolaylaştırmıştır (Rau vd., 2014). Keşfedici öğrenme ortamı ile yapılandırılmış görevler sunan ITS sisteminin bir arada kullanılması, öğrencilerin kesirler konusunda daha güçlü kavramsal bilgi geliştirmesine yardımcı olabilmektedir (Mavrikis vd., 2022). Hayal kırıklığı temelli motivasyon mesajları sunan bir matematik ITS'si geliştirilmiş ve bu sistemin öğrencilerin duygusal durumları üzerindeki etkileri incelenmiştir. Araştırma sonuçları, bu sistemi kullanan öğrencilerin, öğrenme sürecinde daha düşük düzeyde hayal kırıklığı yaşadıklarını ve böylece daha olumlu bir öğrenme deneyimi elde ettiklerini ortaya koymuştur (Rajendran vd. 2018).

Uyarlanabilir Öğrenme Sistemleri (ALS): Makine Öğrenimi (ML), son zamanlarda öğrenme sürecini bireylerin ihtiyaçlarına göre uyarlayabilen ve geniş öğrenci kitlesine hitap edebilen bir YZ alt dalı olarak öne çıkmaktadır (Fernandes vd., 2023). ALS'ler, ML'nin uygulandığı bir eğitim teknolojisi alanıdır. Yi vd.'nin (2024), K-12 öğrencilerinin matematik öğrenimindeki YZ etkisi üzerine yaptıkları meta-analiz çalışmasında ALS'lerin iki özelliğine değinmiştir. İlk özelliği, öğrenme materyallerini öğrencilerin ihtiyaçlarına göre dinamik bir şekilde sıralama becerisidir. Diğer özelliği ise farklı öğrenme stillerine ve tercihlerine hitap etmek için çeşitli yöntemler sunabilmesidir.

ALS'ler, öğrenci merkezli öğrenmeyi ve kişiselleştirilmiş değerlendirme süreçlerini optimize etmek için matematiksel bilişsel modellerden faydalanır. Bu tür sistemler, öğrencilerin öğrenme becerilerini değerlendirmek ve öğretim süreçlerini desteklemek amacıyla kapsamlı bir matematiksel problem havuzu oluşturmayı gerektirir. Sorular, belirli bilişsel özelliklere göre etiketlenerek hem bireysel öğrenme deneyimlerini hedefe yönelik hale getirir hem de uzmanların katkısıyla etiketleme süreçlerini daha doğru ve uyarlanabilir kılar. Bu bilişsel model, yalnızca manuel etiketleme süreçlerine teorik bir temel sağlamakla kalmaz, aynı zamanda hiyerarşik yapısı sayesinde otomatik düzeltmelere de olanak tanır. Böylelikle, öğrenci performansı daha hassas bir şekilde değerlendirilebilir ve öğrenme süreçleri kişiselleştirilebilir (Sun vd., 2023).

ALS'ler literatürde, diskalkulik çocukların sayısal başarılarını desteklemek, cebir öğretiminde olumlu etkiler sağlamak ve birebir özel ders deneyimini taklit ederek matematik başarısını artırmak gibi

alanlarda etkili bir eğitim aracı olarak öne çıkmaktadır (Kohn vd., 2020; Wang vd., 2020; Pane vd., 2014).

Eğitsel Veri Madenciliği (EDM): EDM alanında YZ yöntemleri akademik araştırmalarda giderek daha fazla ilgi görmeye başlamıştır ve öğrenci performansını tahmin etmek, öğrenme süreçlerini en verimli ve etkili şekilde düzenlemek ve kişiselleştirilmiş eğitim deneyimleri sunmak için kullanılabilir (Chen vd., 2020; Hwang & Tu, 2021). EDM'ye farklı amaçlar için ML, NLP, Derin Öğrenme (DL) gibi farklı YZ algoritmaları entegre edilebilmektedir.

EDM'nin matematik eğitiminde stratejik kararları desteklemek için nasıl kullanılabileceğine dair önemli bir örnek sunan Depren vd.'nin (2017) çalışmasında, Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMSS) verileri ile öğrencilerin matematik performansını tahmin etmek için karar ağacı, Bayes ağı, lojistik regresyon ve sinir ağları gibi farklı makine öğrenmesi algoritmaları karşılaştırılmıştır. Aynı şekilde EDM'nin nasıl kullanılabileceğini göstererek, Türkiye'deki eğitim politikalarına ve stratejilerine rehberlik etmeyi amaçlayan Güre vd. (2020), çalışmalarında Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) verilerini kullanarak Matematik okuryazarlığını etkileyen faktörleri, Çok Katmanlı Algılayıcı Yapay Sinir Ağları ve Rastgele Orman (RF) gibi veri madenciliği yöntemleriyle incelemişlerdir. EDM yöntemlerinin matematik eğitiminde iş birliğini anlamada güçlü bir araç olduğunu gözler önüne seren başka bir araştırmada ise NLP ve sosyal ağ analizi kullanılarak çevrimiçi matematik tartışma panolarındaki etkileşimlerin oluşturduğu büyük bir veri seti analiz edilmiştir (Shin vd., 2024). Bu çalışmalar, EDM yöntemlerinin, yalnızca öğrencilerin matematiksel performansını tahmin etmek

veya etkileyen faktörleri belirlemekle sınırlı kalmayıp, aynı zamanda çevrimiçi etkileşimleri analiz ederek matematik eğitimindeki iş birliğini ve öğrenme süreçlerini anlamada da geniş bir potansiyele sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Farklı makine öğrenmesi ve veri madenciliği yaklaşımlarının kullanımı, hem bireysel hem de sistem düzeyinde stratejik kararları destekleyebilecek zengin bilgiler sunarak eğitim politikalarına yön vermede etkili bir araç haline gelmiştir. Bu bağlamda EDM, matematik eğitiminde kanıta dayalı karar almayı teşvik eden ve öğrenme ortamlarını daha etkili hale getiren bir disiplin olarak öne çıkmaktadır.

2. Matematiksel problem çözmede yapay zeka desteği

Matematik eğitiminde problem çözme becerisi kazandırmak, öğrencilere çok yönlü bir dizi avantaj sağlar. Problem çözme, disiplinler arası bağlantılar kurma fırsatları sunarak öğrencilerin gerçek dünya bağlamında matematiği anlamalarına yardımcı olur ve onları gelecekteki mesleki fırsatlara hazırlar. Aynı zamanda öğrencilerin olumlu matematiksel kimlikler geliştirmesini ve özgüven, azim, yaratıcılık, merak gibi temel becerileri kazanmalarını destekler. Bu yaklaşım, matematik öğrenimini daha eşitlikçi hale getirir, öğrencilerin tartışmaya katılmasını teşvik eder ve matematik otoritesini öğrencilere kaydırarak öğrenme süreçlerinde daha aktif bir rol üstlenmelerini sağlar. Bu nedenlerle, problem çözme temelli yaklaşımlar, matematik eğitiminde hem bireysel hem de toplumsal açıdan kritik bir öneme sahiptir (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2020).

YZ tabanlı eğitim sistemleri, matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde önemli bir rol oynayabilir. Öğrencilerin problem çözme becerilerini desteklemek için kullanılan

YZ teknolojilerinde, öğrencinin yaptığı hataları ve başarıları tanıyarak problem çözme sürecinde rehberlik sağlaması ve öğrencinin problem çözme bilgilerini analiz ederek bu bilgiyi gelecekteki eğitsel süreç için kullanabilmesi iki önemli bileşendir (del Olmo-Muñoz vd., 2023).

YZ destekli sohbet robotları, ITS benzeri sistemler, öğrencilerin kavramsal yeterliliklerini artırarak problem çözme süreçlerine aktif katılımlarını teşvik eder. Ayrıca, bireysel ihtiyaçlara uyum sağlayarak problem çözmeyle daha erişilebilir ve etkili bir hale getirir. Öğrencilerin bu süreçte daha motive ve odaklı olmalarını sağlayarak, matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinde gözle görülür iyileşmeler sunabilir (Kartal vd. 2014). Örneğin, ChatGPT gibi etkileşimli YZ uygulamalarındaki son gelişmeler, öğrencilere matematiksel kavramları ve problemleri keşfetmek için yeni ve etkili bir yol sunmaktadır. Öğrenciler, ChatGPT'ye matematik kavramları veya problem çözme yöntemleri hakkında sorular sorabilir ve verilen yanıtları analiz ederek problemler üzerinde çalışabilir. Bu süreç, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını genişletmelerine ve problem çözme yaklaşımlarını geliştirmelerine yardımcı olabilir (Santos-Trigo, 2024). Benzer şekilde öğrencilerin YZ destekli dinamik geometri yazılımları gibi semiyotik, somut ve dijital araçları kullanmaları, matematiksel bilgi ve problem çözme yetkinliklerini inşa etmelerinde önemli bir rol oynamaktadır (Santos-Trigo vd., 2024).

3. Zorluklar ve etik sorunlar

Matematik sınıflarında öğretme, öğrenme ve değerlendirme birbiriyle bağlantılıdır ve hedeflere yönelik olmalıdır. Dijital teknolojiler, özellikle YZ ürünleri, bu hedeflere ulaşmada önemli bir

rol oynar ve aynı zamanda süreci de şekillendirir. Uyarlanabilir dijital öğrenme sistemleri ve sohbet robotları gibi üretken YZ araçları, öğretim yöntemlerini dönüştürürken geleceğe yönelik planlamayı zorlaştırmaktadır. Dijital çağda, politikacılar, yöneticiler, öğretmenler ve öğrenciler eğitim sürecinde sürekli uyum sağlamaya ve değişiklikler yapmaya hazır olmalıdır. Ayrıca, eğitim sistemlerinin çeşitliliği ve farklı ulusal gelenekler nedeniyle, matematik eğitiminde YZ ve dijital teknolojiler için evrensel stratejiler geliştirmek kolay görünmemektedir (Weigand vd., 2024).

Teknolojiye aşırı bağımlılığın öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini potansiyel olarak azalttığına dair bir endişe söz konusudur. Öğrenme sürecine aktif olarak katılmadan matematiksel çözümler için yalnızca YZ'ye güvenmek, yüzeysel bir anlayışa yol açarak derin matematiksel içgörülerin gelişmesini engelleyebilir (Rane, 2023). Örneğin, sohbet robotları, bazı durumlarda insanlar kadar etkili yanıtlar üretebilme yeteneği sergilemiş olsa da, problemlere yaratıcı ve özgün çözümler sunma kapasitesinin ne düzeyde olduğu hala belirsizliğini korumaktadır (Zhai vd., 2024). Bu nedenle eğitimcilerin, öğrencilerin bağımsız düşünce geliştirme becerisini koruyarak, LLM'lerin eğitimdeki destekleyici rolünü dengelemek gibi zor bir görevi ortaya çıkarmaktadır.

YZ'nin hızlı ve güçlü hesaplama kabiliyetleri, öğrencilerin yaratıcı ve derinlemesine matematiksel sorgulamalar yapma becerisini gölgede bırakabilir. Bu durum, matematik öğreniminin özüne ulaşmayı zorlaştırırken, eğitimcilerin öğrencileri motive etme ve yönlendirme çabalarını da karmaşık hale getirebilir. Her seviyeden eğitimciler, öğrencilerin matematiksel yaratıcılık ve estetik anlayış geliştirme yeteneklerinin değerini bilmeli ve onlara

benimsetmelidir. Aksi takdirde, yeni YZ teknolojilerinin matematik eğitimini kökten değiştirebileceği bir geleceğe hazırlıklı olunmalıdır (Vuong & Ho, 2024).

Sohbet robotu benzeri LLM'lerin matematik eğitime entegre edilmesi ile birlikte bu modeller tarafından sağlanan bilgilerin doğruluğunu ve güvenilirliğini sağlamak önemli bir durum haline gelmiştir. Yanlış veya yanıltıcı bilgiler, öğrencilerin anlayışını önemli ölçüde etkileyebilir ve öğrenme ilerlemelerini engelleyebilir (Rane, 2023). Bu nedenle, bu modeller tarafından oluşturulan matematiksel içerik her zaman kontrol edilmelidir.

YZ araçlarının eğitimde entegrasyonu, bağlamsal faktörler ve mevcut kaynaklarla yakından ilişkilidir. Örneğin, Tondeur vd. (2017) tarafından yapılan bir çalışma, güçlü teknolojik altyapıya ve idari teşvike sahip okulların dijital teknolojileri müfredatlarına daha etkili bir şekilde entegre edebildiğini göstermektedir. Buna karşılık, sınırlı kaynaklara veya yetersiz idari desteğe sahip okullar, bu tür teknolojilerin uygulanmasında zorluklarla karşılaşmakta ve eğitim ortamları arasındaki teknolojik entegrasyon eşitsizliğini ortaya koymaktadır. Bu durum, YZ'nin ilköğretim matematik eğitiminde benimsenmesi ve etkili kullanımının önündeki zorlukları anlamayı kritik hale getirmektedir. Eğitimcilere yönelik destekleyici mekanizmalar, kaynakların eşit dağılımı ve bağlamsal ihtiyaçların dikkate alınması, bu tür teknolojilerin başarılı bir şekilde entegrasyonunda kilit öneme sahiptir.

YZ uygulamalarının matematik eğitime entegrasyonu, beraberinde bir dizi etik sorunu da getirmiştir. Özellikle öğrenci verilerinin gizliliği, rızanın sağlanması ve algoritmik önyargı gibi konular matematik eğitimi bağlamında titizlikle ele alınmalıdır. YZ

adil kullanılmadığında, yeterince temsil edilmeyen gruplara karşı önyargılı davranarak toplumsal eşitsizlikleri derinleştirebilir ayrıca YZ'nin adaletine yönelik endişeler, öğretmenler ve öğrenciler gibi kullanıcıların bu teknolojiden uzak durmasına yol açabilir (Li vd., 2022). YZ tabanlı eğitim sistemlerinin adil olup olmadığının belirsizliği, bu sistemlere duyulan güveni zayıflatmaktadır (Tsai vd. 2020). YZ tarafından üretilen matematiksel sonuçlara güvenme ve ortaya çıkan sorunların sorumluluğunun kimde olduğu, hesap verebilirlik açısından da kritik etik sorular ortaya koymaktadır. YZ sistemleri, yalnızca algoritmalarından ibaret değildir; tasarımcıları, yöneticileri, yasa koyucuları, pazarlamacıları ve son kullanıcıları içeren daha geniş bir sosyo-teknik sistemin bir parçasıdır. Bu nedenle, bir YZ uygulamasına güvenebilmek için, yalnızca teknolojinin kendisine değil, onu üreten ve kullanan insan sistemine olan güvenin de gerekçelendirilmesi gerekmektedir. Özellikle matematiksel teoremler gibi bilimsel ve teknolojik uygulamalarda büyük önem taşıyan sonuçlar söz konusu olduğunda, bu güven ilişkisinin etik temellere dayandırılması kaçınılmazdır (Pantsar, 2024). Bu nedenle, YZ tabanlı eğitim sistemlerinde adil ve güvenilir tekniklerin benimsenmesi, YZ'yi etkili bir şekilde kullanmanın temel şartıdır. Böylece YZ, sadece bir araç değil, matematik eğitiminde anlamlı, adil ve etkili bir köprü haline gelebilir.

Gelecek perspektifleri ve öneriler

YZ'nin matematik eğitim sisteminde büyük bir etki yaratması beklenirken, bazı YZ türlerinin öğretim, öğrenim ve değerlendirme üzerindeki etkisi henüz belirsizliğini korumaktadır (Weigand vd., 2024). Gelecekte yapılacak ampirik çalışmalar ile elde edilecek bulgular YZ türlerinin matematik eğitime entegrasyonu ile ilgili

daha güçlü bilgiler sağlayacak, bilgi tabanını zenginleştirecek ve uygulamalara rehberlik edecektir.

YZ'yi müfredata dahil etmek, YZ ile şekillenen bir dünyada yaşamayı ve etkin bir şekilde hareket etmeyi öğrenmeleri gereken bireylerin eğitimi için büyük bir önem taşımaktadır. YZ eğitimi, sadece YZ'nin bilimsel ve teknolojik temellerini öğrenmeyi değil, aynı zamanda güvenilir bir YZ geliştirmenin yollarını ve bu süreçte yapılan hataların olası sonuçlarını anlamayı ve eleştirel bir bakış açısı geliştirmeyi de kapsar (Casal-Otero vd., 2023). Matematik eğitiminde pozitif etkilerinin günümüzde net bir şekilde görülür olduğu YZ'nin müfredata dahil edilmesine yönelik çalışmalar yapılabilir.

Öğretmenler YZ teknolojileri ile çocukların öğrenme süreçlerini desteklemede önemli bir rol oynamaktadır. Ancak, öğretmenin rolü, çocuk-YZ etkileşimi ile çocuk-çocuk etkileşimi arasında farklılık göstermektedir. Öğretmenler, işbirliğine dayalı öğrenmeyi hem sosyal hem de didaktik açıdan desteklemeli ve YZ'nin sınırlı özellikleri ile çocukların eksik matematik bilgilerini telafi etmelidir. Bunu yapabilmek için öğretmenlerin, kullanılan YZ teknolojilerinin özelliklerini ve sınıfta nasıl davrandıklarını anlamaları gerekir. Eğitimciler, öğretmenlerin bu yeni öğrenme ortamlarında nasıl etik ve etkili bir şekilde rol alabileceklerini düşünmelidir. Ayrıca, öğretmenlerin dijital yetkinliklerinin, YZ teknolojilerini sınıfta etkili bir şekilde kullanabilmek için gerekli becerileri kapsamaması gerekmektedir (Ekström vd., 2024). ITS'lerin sınıflara etkili bir şekilde entegre edilmesi, öğrenci merkezli eğitimi desteklemek için önemli bir fırsat olarak değerlendirilmelidir. Bu doğrultuda, öğretmenlerin ITS'leri nasıl konumlandığını anlamak ve bu teknolojilerin öğrenci

düşüncesine olan etkisini incelemek için kapsamlı çalışmalar yapılması önerilmektedir. Ayrıca, aday ve uygulayıcı öğretmenlere yönelik eğitim programları, ITS'lerle ders planlama ve uygulama süreçlerine odaklanacak şekilde tasarlanmalıdır. Bu yaklaşım, öğretmenlerin teknolojiyi etkili bir şekilde kullanarak kişiselleştirilmiş ve düşünce odaklı öğrenme ortamları oluşturmalarını teşvik edebilir (Shin, 2022). YZ'nin matematik eğitimine başarılı bir şekilde entegre edilebilmesi için ebeveynlerin ve toplulukların sürece dahil edilmesi, destekleyici bir ortam oluşturulması, öğretmenlere yönelik destekleyici mekanizmaların sağlanması ve mesleki gelişim fırsatlarının sunulması büyük önem taşımaktadır (Lawrence & Fakuade, 2021; del Olmo-Muñoz vd., 2023; Li, 2024).

Öğrencilere, üretken YZ (genAI) araçlarının (örneğin, ChatGPT) matematiksel bağlamlarda zaman zaman yanlış veya çelişkili açıklamalar yapabileceği öğretilmelidir. Bu farkındalık, öğrencilerin YZ'nin sunduğu matematiksel argümanları eleştirel bir şekilde değerlendirme becerisini geliştirebilir (Yoon vd., 2024).

Matematik öğretmenleri, öğrencilerin YZ araçlarının sınırlarını ve eksikliklerini anlamalarını sağlayacak aktiviteler tasarlamalıdır. Örneğin, öğrencilerden bir matematik sorusu için genAI'dan iki çelişkili yanıt üretmelerini istemek, matematiksel düşüncüyü tetikleyebilir. Bu tür etkinlikler, öğrencilerin matematiksel keşif yapma ve doğruyu yanlıştan ayırt etme becerilerini geliştirebilir. Ek olarak eğitimciler, genAI'ın kolayca yanıtlanamayacağı veya eleştirel düşünme gerektiren sorular hazırlayabilir. Notlandırma kriterleri, öğrencilerin sadece YZ tarafından üretilen yanıtları kopyalayıp yapıştırmasını teşvik etmeyecek şekilde düzenlenebilir (Yoon vd., 2024).

Matematik derslerinde, YZ araçlarının etik kullanımıyla ilgili açık tartışmalar yapılmalı; matematiksel problem çözme sürecinde kaynakların doğru ve bilinçli kullanımına dair rehberlik sağlanmalıdır. Bu tartışmalar, öğrencilerin matematiksel çalışmalarda özgünlüğü koruma ve etik prensiplere uyma bilincini artırabilir (Yoon vd., 2024).

Kaynakça

Akman, E. & Çakır, R. (2020). The effect of educational virtual reality game on primary school students' achievement and engagement in mathematics. *Interactive Learning Environments*, 31(3),1467–1484.
<https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1841800>

Balacheff, N. (1993). Artificial Intelligence and Real Teaching. *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology*, 131–158. https://doi.org/10.1007/978-3-642-78542-9_6

Casal-Otero, L., Catala, A., Fernández-Morante, C., Taboada, M., Cebreiro, B., & Barro, S. (2023). AI literacy in K-12: a systematic literature review. *International Journal of STEM Education*, 10(1), 29. <https://doi.org/10.1186/s40594-023-00418-7>

Chen, X., Xie, H., & Hwang, G. J. (2020). A multi-perspective study on artificial intelligence in education: Grants, conferences, journals, software tools, institutions, and researchers. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 1, 100005. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2020.100005>

del Olmo-Muñoz, J., González-Calero, J. A., Diago, P. D., Arnau, D., & Arevalillo-Herráez, M. (2023). Intelligent tutoring systems for word problem solving in COVID-19 days: could they have been (part of) the solution?. *ZDM–Mathematics Education*, 55(1), 35-48. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01396-w>

Depren, S. K., Aşkın, Ö. E., & Öz, E. (2017). Identifying the classification performances of educational data mining methods: A

case study for TIMSS. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(5), 1605-1623. <https://doi.org/10.12738/estp.2017.5.0634>

Ekström, S., Pareto, L., & Ljungblad, S. (2024). Teaching in a collaborative mathematic learning activity with and without a social robot. *Education and Information Technologies*, 1-28. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12926-2>

Ergene, O., & Ergene, B. C. (2024). AI ChatBots' solutions to mathematical problems in interactive e-textbooks: Affordances and constraints from the eyes of students and teachers. *Education and Information Technologies*, 1-37. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13121-z>

Fernandes, C. W., Rafatirad, S., & Sayadi, H. (2023, June). Advancing personalized and adaptive learning experience in education with artificial intelligence. In 2023 32nd Annual Conference of the European Association for Education in Electrical and Information Engineering (EAEEIE) (pp. 1-6). IEEE. <https://doi.org/10.23919/EAEEIE55804.2023.10181336>

Güre, Ö. B., Kayri, M., & Erdoğan, F. (2020). Analysis of Factors Effecting PISA 2015 Mathematics Literacy via Educational Data Mining. *Education & Science/Egitim ve Bilim*, 45(202). <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2020.8477>

Gürefe, N., Sarpkaya Aktaş, G., & Öksüz, H. (2024). Investigating the Impact of the AI-Supported 5E (AI-s5E) Instructional Model on Spatial Ability. *Behavioral Sciences*, 14(8), 682. <https://doi.org/10.3390/bs14080682>

Hwang, G. J., & Tu, Y. F. (2021). Roles and research trends of artificial intelligence in mathematics education: A bibliometric

mapping analysis and systematic review. *Mathematics*, 9(6), 584.
<https://doi.org/10.3390/math9060584>

Hwang, W. Y., & Utami, I. Q. (2024). Using GPT and authentic contextual recognition to generate math word problems with difficulty levels. *Education and Information Technologies*, 1-29. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12537-x>

Inoferio, H. V., Espartero, M., Asiri, M., Damin, M., & Chavez, J. V. (2024). Coping with math anxiety and lack of confidence through AI-assisted Learning. *Environment and Social Psychology*, 9(5). <https://doi.org/10.54517/esp.v9i5.2228>

İçen, M. (2022). The future of education utilizing artificial intelligence in Turkey. *Humanities and Social Sciences Communications*, 9(1), 1-10. <https://doi.org/10.1057/s41599-022-01284-4>

Karal, H., Nabiyeve, V., Erümit, A. K., Arslan, S., & Çebi, A. (2014). Students' opinions on artificial intelligence based distance education system (Artimat). *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 136, 549-553.
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.05.374>

Kasneci, E., Seßler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., ... Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, 103, 102274. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274>

King, C. L., Vincent, Kelvin, Warnars, H. L., Nordin, N., & Utomo, W. H. (2021). Intelligent Tutoring System: Learning Math

for 6th-Grade Primary School Students. *Education Research International*, 2021(1). <https://doi.org/10.1155/2021/5590470>

Kohn, J., Rauscher, L., Kucian, K., Käser, T., Wyszkon, A., Esser, G., & von Aster, M. (2020). Efficacy of a computer-based learning program in children with developmental dyscalculia. What influences individual responsiveness?. *Frontiers in Psychology*, 11, 1115. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.01115>

Korkmaz Guler, N, Dertli, Z., Boran, E., & Yildiz, B. (2024). An artificial intelligence application in mathematics education: Evaluating ChatGPT's academic achievement in a mathematics exam. *Pedagogical Research*, 9(2). <https://doi.org/10.29333/pr/14145>

Kuhail, M. A., Alturki, N., Alramlawi, S., & Alhejori, K. (2023). Interacting with educational chatbots: A systematic review. *Education and Information Technologies*, 28(1), 973–1018. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11177-3>

Lawrence, K. C., & Fakuade, O. V. (2021). Parental involvement, learning participation and online learning commitment of adolescent learners during the COVID-19 lockdown. *Research in Learning Technology*, 29, 2544. <https://doi.org/10.25304/rlt.v29.2544>

Li, C., Xing, W., & Leite, W. (2022). Using fair AI to predict students' math learning outcomes in an online platform. *Interactive Learning Environments*, 32(3), 1117–1136. <https://doi.org/10.1080/10494820.2022.2115076>

Li, M. (2024). Integrating Artificial Intelligence in Primary Mathematics Education: Investigating Internal and External

Influences on Teacher Adoption. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-26. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10515-w>

Ma, W., Adesope, O. O., Nesbit, J. C., & Liu, Q. (2014). Intelligent tutoring systems and learning outcomes: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, 106(4), 901–918. <https://doi.org/10.1037/a0037123>

Mavrikis, M., Rummel, N., Wiedmann, M., Loibl, K., & Holmes, W. (2022). Combining exploratory learning with structured practice educational technologies to foster both conceptual and procedural fractions knowledge. *Educational technology research and development*, 70(3), 691-712. <https://doi.org/10.1007/s11423-022-10104-0>

Moore, R. L., Jiang, S., & Abramowitz, B. (2022). What would the matrix do?: a systematic review of K-12 AI learning contexts and learner-interface interactions. *Journal of Research on Technology in Education*, 55(1), 7–20. <https://doi.org/10.1080/15391523.2022.2148785>

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2020). *Catalyzing Change in Middle School Mathematics: Initiating Critical Conversations*. Reston, VA: NCTM. <https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Trena-Wilkerson/Problem-Solving -An-Approach-to-Understanding-and-Critiquing-Our-World/> adresinden 07.12.2024 tarihinde alınmıştır.

Pai, K. C., Kuo, B. C., Liao, C. H., & Liu, Y. M. (2020). An application of Chinese dialogue-based intelligent tutoring system in remedial instruction for mathematics learning. *Educational*

Psychology, 41(2), 137–152.
<https://doi.org/10.1080/01443410.2020.1731427>

Pane, J. F., Griffin, B. A., McCaffrey, D. F., & Karam, R. (2014). Effectiveness of Cognitive Tutor Algebra I at scale. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 36(2), 127–144.
<https://doi.org/10.3102/0162373713507480>

Pantsar, M. (2024). Theorem proving in artificial neural networks: new frontiers in mathematical AI. *European Journal for Philosophy of Science*, 14(1), 4. <https://doi.org/10.1007/s13194-024-00569-6>

Park, M. (2020). Applications and Possibilities of Artificial Intelligence in Mathematics Education. *Communications of Mathematical Education*, 34(4), 545–561.
<https://doi.org/10.7468/JKSMEE.2020.34.4.545>

Rajendran, R., Iyer, S., & Murthy, S. (2018). Personalized affective feedback to address students' frustration in ITS. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, 12(1), 87-97.
<https://doi.org/10.1109/TLT.2018.2807447>

Rane, N. (2023). Enhancing Mathematical Capabilities through ChatGPT and Similar Generative Artificial Intelligence: Roles and Challenges in Solving Mathematical Problems (August 20, 2023). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=4603237> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4603237>

Rau, M. A., Aleven, V., Rummel, N., & Pardos, Z. (2014). How should intelligent tutoring systems sequence multiple graphical representations of fractions? A multi-methods study. *International*

Journal of Artificial Intelligence in Education, 24(2), 125–161.
<https://doi.org/10.1007/s40593-013-0011-7>

Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM–Mathematics Education*, 1-12.
<https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8>

Santos-Trigo, M., Camacho-Machín, M., & Barrera-Mora, F. (2024). Focusing on foundational Calculus ideas to understand the derivative concept via problem-solving tasks that involve the use of a dynamic geometry system. *ZDM–Mathematics Education*, 1-15.
<https://doi.org/10.1007/s11858-024-01607-6>

Shin, D. (2022). Teaching mathematics integrating intelligent tutoring systems: Investigating prospective teachers' concerns and TPACK. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(8), 1659-1676. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10221-x>

Shin, J., Balyan, R., Banawan, M. P., Arner, T., Leite, W. L., & McNamara, D. S. (2024). Analyzing interaction patterns and content dynamics in an online mathematics discussion board. *Interactive Learning Environments*, 1–24.
<https://doi.org/10.1080/10494820.2024.2392619>

Son, T., Yeo, S., & Lee, D. (2024). Exploring elementary preservice teachers' responsive teaching in mathematics through an artificial intelligence-based Chatbot. *Teaching and Teacher Education*, 146, 104640. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2024.104640>

Sun, S., Wu, X., & Xu, T. (2023). A theoretical framework for a mathematical cognitive model for adaptive learning systems.

Behavioral Sciences, 13(5), 406.
<https://doi.org/10.3390/bs13050406>

Taani, O., & Alabidi, S. (2024). ChatGPT in education: benefits and challenges of ChatGPT for mathematics and science teaching practices. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–30.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2357341>

Tondeur, J., Van Braak, J., Ertmer, P. A., & Ottenbreit-Leftwich, A. (2017). Understanding the relationship between teachers' pedagogical beliefs and technology use in education: A systematic review of qualitative evidence. *Educational technology research and development*, 65, 555-575.
<https://doi.org/10.1007/s11423-016-9481-2>

Tsai, Y.-S., Perrotta, C., & Gašević, D. (2020). Empowering learners with personalised learning approaches? Agency, equity and transparency in the context of learning analytics. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 45(4), 554–567.
<https://doi.org/10.1080/02602938.2019.1676396>

Uygun, T., Şendur, A., Top, B., & Coşgun-Başegmez, K. (2024). Facilitating the development of preservice teachers' geometric thinking through artificial intelligence (AI) assisted augmented reality (AR) activities: The case of platonic solids. *Education and Information Technologies*, 1-39.
<https://doi.org/10.1007/s10639-024-13084-1>

Vuong, Q.H., Ho, M.T. (2024). The disruptive AlphaGeometry: is it the beginning of the end of mathematics education?. *AI & Society*, 1-3. <https://doi.org/10.1007/s00146-024-02010-1>

Wang, S., Christensen, C., Cui, W., Tong, R., Yarnall, L., Shear, L., & Feng, M. (2020). When adaptive learning is effective learning: comparison of an adaptive learning system to teacher-led instruction. *Interactive Learning Environments*, 31(2), 793–803. <https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1808794>

Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., & Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 19(7). <https://doi.org/10.29333/ejmste/13272>

Weigand, H. G., Trgalova, J., & Tabach, M. (2024). Mathematics teaching, learning, and assessment in the digital age. *ZDM–Mathematics Education*, 56(4), 525-541. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01612-9>

Wijaya, T. T., Su, M., Cao, Y., Weinhandl, R., & Houghton, T. (2024). Examining Chinese preservice mathematics teachers' adoption of AI chatbots for learning: Unpacking perspectives through the UTAUT2 model. *Education and Information Technologies*, 1-29. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12837-2>

Yoon, H., Hwang, J., Lee, K., Roh, K. H., & Kwon, O. N. (2024). Students' use of generative artificial intelligence for proving mathematical statements. *ZDM–Mathematics Education*, 1-21. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01629-0>

Yi, L., Liu, D., Jiang, T., & Xian, Y. (2024). The effectiveness of AI on K-12 students' mathematics learning: A systematic review and meta-analysis. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-22. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10499-7>

Zhai, X., Nyaaba, M., & Ma, W. (2024). Can generative AI and ChatGPT outperform humans on cognitive-demanding problem-solving tasks in science?. *Science & Education*, 1-22. <https://doi.org/10.1007/s11191-024-00496-1>

Zhang, K., & Aslan, A. B. (2021). AI technologies for education: Recent research & future directions. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 2, 100025, 1–11, <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2021.100025>

Zheng, L., Niu, J., Zhong, L., & Gyasi, J. F. (2021). The effectiveness of artificial intelligence on learning achievement and learning perception: A meta-analysis. *Interactive Learning Environments*, 31(9), 5650–5664. <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2015693>

BÖLÜM IV

Araştırmaya Dayalı Erken Matematik Değerlendirme Aracı [REMA -The Research-Based Early Maths Assesment]¹

**Neslihan DEDEOĞLU-AKTUĞ²
Maide ORÇAN-KAÇAN³**

Giriş

Erken yıllarda yüksek nitelikli ve zorlayıcı matematik eğitimi için ilk şart ya da eğitimcinin bilmesi gereken ilk şey çocuğun matematik gelişim düzeyidir. Çocuğun matematik gelişim düzeyinin bilinmesi ile nitelikli ve zorlayıcı etkinlikler hazırlanabilir ve çocuğun bulunduğu gelişim düzeyinden *nereye* gidileceği ve *oraya nasıl* gideceği bilinebilir.

¹ Bu çalışma, 8. Uluslararası Okul Öncesi Eğitim Kongresi'nde sözlü olarak sunulmuş ve özet olarak yayınlanmıştır.

² Bil. Uzm., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Okul Öncesi Eğitim Öğretmenliği Bölümü, Muğla/Türkiye, Orcid: 0000-0002-9226-9933

³ Prof. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Okul Öncesi Eğitim Öğretmenliği Bölümü, Muğla/Türkiye, Orcid: 0000-0003-1415-437X

Ancak, Türkiye’de çocuğun matematik gelişim düzeyini belirlemekten ziyade ona bazı puanlar veren ölçme araçları kullanılmaktadır. Bu ölçme araçları ile çocuklar düşük, orta ya da yüksek puanlar alarak değerlendirilmektedir. Bu tür ölçümlerle çocukların geometri, sayma, ölçme vb. alanlarda hangi alt alanda ve hangi gelişim düzeyinde olduğunu bilmek pek mümkün değildir. The Research-Based Early Maths Assessment (REMA) ile değerlendirilen çocuğun örneğin, sayma alanında, ritmik sayma gelişim basamağının “sayı kelimelerini bilme ancak sırası ile sayamama” basamağında olduğunu anlayabilir ve buna göre matematik etkinlikleri düzenleyebilirsiniz. Oysa mevcut matematik test ya da ölçekleri ile çocukların hangi matematik alanında, hangi alt alanda ve gelişim basamağında olduğunu bilmek olanaksızdır. Bu testlerde çocukların cevapları onların gelişim düzeylerinin göstergeleri olarak değil “doğru” ya da “yanlış” cevaplar olarak değerlendirilmektedir.

REMA’da ise amaç ilk olarak çocuğun bulunduğu düzeyi tespit etmek ve sonrasında hazırlanacak etkinliklerle onun matematik bilgi ve becerilerini bir üst seviyeye çıkarmaktır - Vygotsky’nin ZPD’si-. Bunu yapabilmek için çocuğun bulunduğu seviyeyi bilme son derece önemlidir. Bu bağlamda REMA diagnostik (tanılayıcı) bir araçtır.

Bu çalışmada, açık protokol ve puanlama prosedürleri ile bireysel görüşme formatı kullanarak 3-8 yaş arası (PK-2) çocukların temel matematiksel bilgi ve becerilerini değerlendirmeyi hedefleyen bir değerlendirme aracı olan REMA’nın tanıtılarak Türkiye’ye kazandırma süreci hakkında bilgi vermek amaçlanmaktadır.

REMA-The Research-Based Early Maths Assesment

Clements ve Sarama tarafından geliştirilmiş olan REMA, normatif yorumları da içeren psikolojik ve pedagojik gelişim yaklaşımı üzerine kurulmuş içerik temelli bir değerlendirme aracıdır. Araçta matematiksel bilgi ve beceriler, matematiksel öğrenme yörüngelerinin altında yatan teorik ve deneysel temelli gelişimsel ilerlemelere göre değerlendirilmektedir.

Araç iki ana bölümden oluşmaktadır: Sayı ve Geometri. Her iki bölüm de anasınıfı ve öncesi, anasınıfı, ilkökul 1. sınıf ve ilkökul 2. sınıf olmak üzere dört çocuk grubunun erken matematik bilgi ve becerilerini değerlendirecek maddelerden oluşmaktadır.

REMA'nın Türkiye'ye kazandırma süreci ile ilgili olarak araştırmacılar Clements ve Sarama'dan gerekli izinleri almışlar ve Denver Üniversitesi ile protokol süreçlerini tamamlamışlardır. Değerlendirme Aracı ve bileşenleri Türkçe'ye çevrilmiş, alan uzmanı görüşlerine sunulmuş, gerekli düzenlemeler yapılarak kullanıma hazır hale getirilmiştir.

REMA, Clements ve Sarama tarafından 2008 yılında geliştirilmiş, açık protokol ve puanlama prosedürleri ile bireysel bir görüşme formatı kullanarak PreK-2 çocuklarının temel matematiksel yeteneklerini değerlendirmeyi hedefleyen bir ölçüm aracıdır. REMA, Clements, Sarama ve araştırma ekibi tarafından yaklaşık yirmi yıllık araştırmaları sonucunda geliştirilmiştir ve halen yeni araştırma bulguları ışığında güncellenmeye devam etmektedir. Çocukların matematiksel yeteneklerini, matematiksel öğrenme yörüngelerinin altında yatan teorik ve deneysel temelli gelişimsel ilerlemelere göre değerlendirir. Bu anlamda REMA gelişim yaklaşımı üzerine kurulmuş içerik temelli bir testtir.

REMA hangi yaş grubunu kapsar ve ne zaman kullanılabilir?

REMA, 3 yaştan 8 yaşa kadar (Pre-K – 2. Sınıf) yaş grubundaki çocukların matematik bilgi ve becerilerinin tam bir resminin istendiği herhangi bir zamanda kullanılabilir.

Örneğin, (anaokulunun ikinci veya üçüncü haftasında) çocuğun ne bildiğinin erken bir değerlendirmesi için veya anaokulu, anasınıfı, 1. ve 2. sınıfta yıl sonu değerlendirmeleri için kullanılabilir.

REMA'yı kimler kullanabilir?

REMA, değerlendirme konusunda eğitim almış araştırmacılar ve/ya öğretmenler tarafından kullanılmak üzere tasarlanmıştır. REMA'yı kullanabilmek için REMA'ya özel sertifikalı eğitimci tarafından verilen eğitim ve sertifikasyon gereklidir.

REMA'nın 3 farklı versiyonu bulunmaktadır:

- REMA Tam (197 madde)
- REMA Kısa Form (80 madde)
- REMA Çok Kısa Form (19 madde)

Uygulayıcılar ihtiyaçları doğrultusunda bu üç versiyondan birini kullanabilirler.

Değerlendirme hem kağıt-kalem formu hem de REMA Mobil Uygulaması (App) aracılığı ile yapılabilir.

REMA tam olarak neyi ölçüyor? Kaç madde var?

REMA Bölüm A

Sayı ve işlemler

- Sözlü sayma (ileri, geri, belirli bir sayıdan önce / sonra / arasında, saymadaki hataları tanıma vb),
- Nesne sayma,
- Sıralı sayma,
- Sayı gruplama ve çözümleme,
- Sayı tanıma ve bir bakışta sayma / tanıma,
- Bire-bir eşleme,
- Toplama ve çıkarma (somut durumlar, hikaye problemleri ve zihinsel aritmetik vb.),

REMA Bölüm B

Geometri, örüntü, cebirsel düşünme, ölçme ve diğer konular

- Şekil tanıma,
- Şekil oluşturma,
- Şekil çözümleme,
- Şekil karşılaştırma,
- Hareket geometrisi (şekil döndürme, kaydırma, çevirme),
- Örüntüleme,
- Simetri,
- Ölçüm,

- Koordinat geometrisi,
- Açılar,
- Alan & hacim bölümlerinden oluşmaktadır.

REMA Bölüm A (Sayı bilgi ve becerisi) 114 madde ve Bölüm B (Geometri becerisi ve ilişkisel düşünme) 83 maddeden oluşmakta olup toplam 197 maddeden oluşmaktadır.

REMA’da toplam 197 madde var. Soru sayısı 3-8 yaş aralığındaki çocuklar için çok fazla değil mi?

Çocuklara 197 maddenin tümü yöneltilmez.

Değerlendirme aracının kullanımına yaş grubuna göre farklı sorulardan başlanır (Başlama kuralı) ve üst üste üç kez yanlış yanıt verdiklerinde (Durma kuralı) değerlendirme durdurulur (Tablo 1).

Tablo1. REMA’nın sınıf düzeylerine göre başlama maddeleri

Sınıf Düzeyi	Bölüm A	Bölüm B
Anasınıfı Öncesi ve Anasınıfına geçiş	1	1
Anasınıfı	24	4
1. Sınıf	30	6
2. Sınıf	40	17

REMA materyalleri nelerdir?

REMA, Türkiye’de şu anda kullanılmakta olan diğer ölçüm araçları gibi sadece bir kağıt-kalem testi değildir. Uygulamak için gereken tüm materyaller bir **kit şeklinde** bir araya getirilmiştir. Kit, şunları içerir:

- **Kılavuz:** REMA'yı anlamak ve uygulamak için ihtiyaç olan bilgileri sağlar.
- **Flip (Çevirmeli) Kitap:** Flip kitap, ölçek maddelerini ve görselleri sunar.
- **Manipülatifler:** Kit, değerlendirmede kullanılan şekiller, kartlar ve sayma pulları gibi çeşitli manipülatifler içerir. Bu manipülatifler hem küçük çocukların matematiksel düşüncelerinin geçerli bir değerlendirmesini sağlar hem de çocukların ilgili ve dikkatli kalmalarına yardımcı olur.
- **Değerlendirme Kaydı:** Her değerlendirme için bir rapor oluşturmak üzere değerlendirme sırasında doldurulan kağıt formdur.

Değerlendirme kaydı kağıt-kalem uygulamasına ek olarak yine ölçeğin geliştiricileri Clements ve Sarama tarafından geliştirilen REMA Mobil Uygulaması (App) aracılığı ile yapılabilir. Bu uygulama, Android tabletlerde, iPad'lerde ve dizüstü bilgisayarlarda kullanılabilir ve uygulayıcılara elektronik kayıt ve puanlama imkânı sunar.

REMA kağıt-kalem testi mi? Materyalleri nasıl görünüyor?



REMA'ya neden ihtiyaç var? Türkiye'de bu amaçla kullanılan başka değerlendirme araçları yok mu?

Türkiye'de küçük çocukların matematik beceri ve kazanımlarını değerlendirecek çok sınırlı sayıda değerlendirme aracı bulunmaktadır: Erken Matematik Yeteneği Testi-2 (3-8 yaş) (Güven ve Oktay, 1999); Sayı ve İşlem Kavramları Testi (48-86 Ay) (Aktaş-Arnas vd., 2003); Geometrik Şekilleri Tanıma Testi (3-6 yaş) (Aktaş ve Aslan, 2004); Matematik Gelişimi 6 Testi (60-77 Ay) (Çelik ve Kandır, 2011); Erken Matematik Yeteneği Testi – 3 (60-72 Ay) (Şeker ve Alisinanoğlu, 2017).

Bu değerlendirme araçları REMA ile karşılaştırıldığında kapsam (içerik) ve yaş aralığı açılarından sınırlı ve teorik olarak daha eski çalışmalara dayanmaktadır.

REMA'yı farklı kılan nedir?

- Çocuk gelişimi ile ilgili en güncel teoriler ve araştırmalar üzerine temellenmiştir.

- 2008'de geliştirilmiş ve son olarak Temmuz 2023'de güncellenmiştir.
- REMA, 3-8 yaş grubu çocukların matematik bilgi ve becerilerinin dikkatli gözlemlerine dayanarak oluşturulmuş olduğu için soruların sıralaması ile çocukların bu becerileri geliştirme sıralaması tamamen örtüşmektedir. Bu da REMA'yı çocukların erken matematik becerilerinin en gerçekçi tespitini sağlayan değerlendirme aracı yapmaktadır.

REMA, tüm dünyada okul öncesinden yüksek öğretime kadar matematik eğitimi araştırmaları alanının en önde gelen kurumu olan National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)'in küçük çocukların matematik eğitimi için koyduğu hedef ve standartlara çerçevesinde geliştirilmiş bir değerlendirme aracıdır.

REMA'nın İngilizce orijinalinin güvenilirlik çalışması 3-8 yaş aralığındaki her grup için yapılmış ve Bölüm A için $r = .89$, Bölüm B için $r = .71$ çıkmıştır. REMA'nın uyum geçerliliği de $.86$ 'dır.

REMA, 3-8 yaş arası çocukların matematik bilgi ve becerilerini sadece ölçmekle kalmaz (bildi / bilmedi; doğru / yanlış; var / yok) aynı zamanda çocuk soruların cevaplarını doğru da verse yanlış da verse nasıl bir düşünme / akıl yürütme stratejisi kullanarak sonuca vardığını inceler.

Bu anlamda REMA niteliksel ve niceliksel bir ölçüm aracıdır. Bu da REMA'yı kullanan öğretmene öğretmeye nereden başlaması gerektiğini, çocuğun neyi bilip neyi bilmediğini, "öğrenme yörüngesinde" tam olarak nerede olduğunu gösterir. Bu, diğer ölçüm

araçları ile karşılaştırıldığına REMA'yı öne çıkaran en önemli özelliktir denilebilir.

Kaynaklar

Clements, D. H., Sarama, J., & Liu, X. H. (2008a). Development of a Measure of Early Mathematics Achievement Using the Rasch Model: The Research-Based Early Math Assessment. *Educational Psychology*, 28, 457-482.

<https://doi.org/10.1080/01443410701777272>

Clements D. H., Sarama J., Wolfe C. B., Day-Hess C. A. (2008b). *REMA—research-based early mathematics assessment*. Kennedy Institute, University of Denver.

BÖLÜM V

Rott'un Matematiksel Problem Çözme Modeli: Tüm Yönleriyle İnceleme

Şevket AYDIN¹⁰

Giriş

Matematik eğitiminde problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, öğrencilerin sadece akademik başarılarını değil, aynı zamanda günlük yaşamda karşılaştıkları zorlukları aşma kapasitelerini de doğrudan etkileyen kritik bir unsurdur. Bu bağlamda, Rott'un Matematiksel Problem Çözme Modeli, 2014 yılında Benjamin Rott tarafından geliştirilen ve matematik eğitiminde çığır açan bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır (Rott, 2014).

Problem çözme, matematiğin merkezinde yer alan ve National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) tarafından da vurgulanan temel bir beceridir. Rott'un modeli, öğrencilerin problem

¹⁰ Dr. Öğr. Üyesi Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD, Niğde/Türkiye, Orcid: [0000-0001-9777-7649](https://orcid.org/0000-0001-9777-7649), sevketaydin70@gmail.com

özme süreçlerini sistematik bir şekilde analiz etmeyi ve bu süreçleri geliştirmeyi amaçlayan kapsamlı bir çerçeve sunmaktadır. Model, Polya'nın klasik problem çözme aşamalarını temel almakla birlikte, modern öğrenme teorileri ve bilişsel psikoloji bulgularıyla zenginleştirilmiş özgün bir yapı ortaya koymaktadır (Rott & Csikos, 2021). Matematiksel problem çözme, bireylerin matematiksel yeteneklerini sergileme, geliştirme ve test etme süreçlerinin temel bir bileşenidir. Rott'un Matematiksel Problem özme Modeli, problem çözme sırasında bireylerin bilişsel ve duyuşsal süreçlerini anlamak için sistematik bir çerçeve sunmaktadır (Rott, 2012).

Matematik eğitimi, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir alan olarak önemini her geçen gün artırmaktadır. Problem özme, sadece matematiksel bilgiye dayanmayan, aynı zamanda üst düzey düşünme becerilerini içeren karmaşık bir süreçtir. Matematik eğitimcisi George Polya, problem çözme sürecinin adımlarını dört aşamada açıklamış; problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve çözümü değerlendirme olarak tanımlamıştır (Polya, 1945). Ancak Polya'nın modeli doğrusal bir yaklaşım sunduğundan, gerçek problem çözme süreçlerini tam olarak yansıtamamaktadır.

Rott'un modeli, problem çözme sürecini doğrusal olmayan, dinamik ve döngüsel bir süreç olarak ele alması bakımından diğer modellerden ayrılmaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin problem çözme sürecinde karşılaştıkları zorlukları daha iyi anlamalarına ve bu zorlukları aşmalarına yardımcı olmaktadır (Schoenfeld, 2016). Model, özellikle üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilmesinde ve matematiksel muhakeme yeteneğinin güçlendirilmesinde etkili bir araç olarak kabul edilmektedir.

Bu bağlamda Rott'un Matematiksel Problem Çözme Modeli, problem çözme süreçlerini daha esnek, doğrusal olmayan ve dinamik bir yapıda ele alarak önemli bir katkı sunmaktadır. Rott'a çözüm sürecini sadece sonuç odaklı değil, aynı zamanda sürecin kendisine odaklanarak incelemiştir (Rott, 2021). Günümüz eğitim sistemlerinde, öğrencilerin sadece matematiksel işlemleri mekanik olarak öğrenmeleri değil, aynı zamanda matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmeleri de büyük önem taşımaktadır. Bu noktada, Rott'un modeli, öğretmenlere ve eğitimcilere pratik bir rehber sunmakta ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini sistematik bir şekilde geliştirmelerine olanak sağlamaktadır (Lester & Cai, 2016).

Matematiksel problem çözme sürecinin kompleks yapısı, birçok faktörün bir arada değerlendirilmesini gerektirmektedir. Rott'un modeli, bu karmaşık yapıyı anlaşılır bir çerçevede ele alarak hem öğretmenler hem de öğrenciler için kullanışlı bir yol haritası sunmaktadır. Model, problem çözme sürecinin bilişsel, duyuşsal ve üstbilişsel boyutlarını bütüncül bir yaklaşımla ele almaktadır (Rott & Leuders, 2017).

Çalışmanın amacı, Rott'un matematiksel problem çözme modelini tüm yönleriyle ele almak, problem çözme ve problem kurma süreçlerindeki rolünü detaylandırmak ve bu modelin matematik eğitiminde kullanımına yönelik değerlendirmeler yapmaktır. Ayrıca, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik yapılan araştırmalar ışığında modelin etkili yönleri tartışılacaktır.

Matematiksel Problem Çözme Süreçleri

Matematiksel problem çözme, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede temel bir rol oynar. Bu süreç, bireyin mevcut bilgi ve stratejilerini kullanarak yeni bir problemi çözmesini içerir. Literatürde matematiksel problem çözme süreçlerine ilişkin farklı modeller geliştirilmiştir. Bunlardan en bilinen modellerden biri Polya'nın problem çözme modelidir.

Polya'nın Problem Çözme Modeli

George Polya (1945), problem çözmeyi dört aşamalı bir süreç olarak ele almıştır:

- **Problemi Anlama:** Problemin ne olduğunu doğru bir şekilde anlamak. Bu aşamada verilerin analizi ve bilinmeyenlerin belirlenmesi önemlidir.
- **Plan Yapma:** Problemin çözümüne yönelik bir strateji geliştirme. Daha önceki benzer problemlere dayanarak plan oluşturma.
- **Planı Uygulama:** Belirlenen stratejiyi uygulayarak çözümü gerçekleştirme.
- **Çözümü Değerlendirme:** Çözümün doğruluğunu kontrol etme ve süreci gözden geçirme.

Polya'nın modeli oldukça popüler olmasına rağmen, doğrusal olan problem çözme modelinin doğası nedeniyle karmaşık problem çözme süreçlerini yansıtmada sınırlı kalmaktadır. Gerçek hayatta problem çözmede çoğu zaman doğrusal olmayan, tekrar eden bir yapıdadır (Schoenfeld, 1985).

Doğrusal Olmayan Problem Çözme Modelleri

Doğrusal olmayan problem çözme modelleri, problem çözme sürecini dinamik ve esnek bir yapı içerisinde ele alır. Bu modeller, öğrencinin çözüm sürecinde farklı aşamalar arasında ileri-geri geçiş yapabileceğini kabul eder. Özellikle Rott'un modeli, bu dinamik yapıya vurgu yaparak problem çözme süreçlerinin daha gerçekçi bir şekilde ele alınmasını sağlar (Rott, 2021).

Rott'un Problem Çözme Sürecindeki Yeri

Rott'un matematiksel problem çözme modeli, doğrusal olmayan yapısıyla Polya'nın modeline bir alternatif oluşturur. Rott'a problem çözme sürecinde şu aşamaları tanımlamıştır:

- Başlangıç aşaması: Problemi anlama ve ilk stratejilerin geliştirilmesi.
- Deneme-yanılma aşaması: Farklı çözüm yollarının test edilmesi.
- Geliştirme aşaması: Daha yapılandırılmış çözüm stratejilerinin oluşturulması.
- Değerlendirme aşaması: Çözümün doğruluğunu ve sürecin etkinliğini değerlendirme.

Rott'un modeli, özellikle karmaşık problemler üzerinde çalışan bireylerin süreçte birden fazla aşamaya geri dönerek çözüm geliştirdiğini gözlemlemiştir (Rott, 2023). Bu durum, problem çözme sürecinin dinamik yapısını ortaya koyar.

Rott'un Matematiksel Problem Çözme Modeli

Modelin Tanımı ve Temel Özellikleri

Rott'un matematiksel problem çözme modeli, problem çözme süreçlerini doğrusal olmayan bir yapı içerisinde ele alır. Rott problem çözmeyi statik bir süreç yerine dinamik ve tekrarlı bir yapı olarak tanımlar (Rott, 2021). Bu model, bireylerin problem çözme sürecinde geri dönüşler ve yeniden değerlendirmeler yapabileceğini vurgular.

Modelin öne çıkan temel özellikleri şunlardır:

- **Dinamik Yapı:** Problem çözme sürecinde aşamalar arasında doğrusal bir ilerleme yerine döngüsel geçişler görülür.
- **Strateji Geliştirme:** Problemin çözümünde farklı stratejilerin test edilmesi ve geliştirilmesi teşvik edilir.
- **Esneklik:** Problem çözme süreci, bireysel farklılıklara ve problem türüne göre değişkenlik gösterir.
- **Süreç Odaklılık:** Çözüm sürecinin tamamı değerlendirilir ve sadece sonuç değil, süreçteki öğrenme önem kazanır.

Rott'un modeli, özellikle karmaşık problemlerde öğrencilerin farklı çözüm stratejileri üretmesini ve denemesini destekler.

Modelin Aşamaları

Rott, problem çözme sürecini dört ana aşamada ele alır (Rott, 2023):

- a) **Başlangıç Aşaması:**

- Problemin anlaşıldığı ve çözüm için ilk stratejilerin geliştirildiği aşamadır.
 - Öğrenci problemi analiz eder, verilen bilgileri değerlendirir ve çözüm yollarını düşünmeye başlar.
- b) Deneme-Yanılma Aşaması:
- Çözüm için çeşitli stratejilerin denendiği aşamadır.
 - Bu süreçte öğrenciler hatalar yapabilir ve farklı yöntemleri test eder. Hatalar, öğrenme sürecinin bir parçası olarak değerlendirilir.
- c) Geliştirme Aşaması:
- Başlangıçta denenilen stratejilerin gözden geçirildiği ve daha yapılandırılmış çözümlerin geliştirildiği aşamadır.
 - Bu aşamada öğrenciler çözümlerini daha sistematik bir hale getirir.
- d) Değerlendirme Aşaması:
- Çözümün doğruluğu kontrol edilir. Ayrıca çözüm süreci eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirilir.
 - Öğrenciler, sürecin etkinliğini gözden geçirerek hangi stratejilerin işe yaradığını belirler.

Rott Modeli ile Polya Modelini Karşılaştırması

Rott'un modeli, Polya'nın modeli gibi temel yapı taşlarını korumakla birlikte, sürece esneklik ve dinamizm katması açısından daha kapsamlı bir yaklaşım sunmaktadır. Bu durum özellikle öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirme sürecinde önem taşır (Schoenfeld, 1985).

Rott ve Polya'nın modellerini Tablo 1'deki yapı, esneklik, süreç odaklı ve problem türü olarak karşılaştırması yapılmıştır.

Tablo 1: Rott ve Polya Modelinin Karşılaştırması

Kriterler	Rott Modeli	Polya Modeli
Yapı	Doğrusal olmayan, dinamik ve döngüsel	Doğrusal ve aşamalı
Esneklik	Süreç içerisinde geri dönüşlere izin verir	Geri dönüşler sınırlıdır
Süreç Odaklılık	Süreç odaklıdır	Daha çok sonuç odaklıdır
Problem Türü	Karmaşık problemlerde etkilidir	Basit ve standart problemlerde uygundur

Modelin Güçlü Yönleri

- Öğrenci Merkezli Yaklaşım: Öğrencilerin bireysel stratejilerini kullanmasına olanak sağlar.
- Hata Yapmanın Rolü: Deneme-yanılma aşamasında hataların öğrenme sürecine katkıda bulunduğu kabul edilir.
- Karmaşık Problemlere Uygunluk: Gerçek hayattaki problemlerin çözümünde daha etkili bir model sunar.

4. Rott Modeli ve Problem Kurma

Matematiksel problem çözme süreci, yalnızca verilen problemlerin çözülmesiyle sınırlı değildir. Problem kurma, matematik eğitiminde önemli bir role sahip olup, bireylerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olan yaratıcı bir süreçtir. Rott'un modeli, problem çözme süreçlerinin yanında problem kurma süreçlerini de içeren geniş kapsamlı bir yaklaşım sunar (Rott, 2023).

Problem Kurma Süreçlerinin Tanımı

Problem kurma, bireyin bir matematiksel durum veya bağlam üzerine yeni problemler oluşturmaları sürecidir. Bu süreç, problem çözme yeteneği ile doğrudan ilişkilidir çünkü problem kuran bir birey, problem çözme stratejilerini daha derinlemesine anlama fırsatı bulur (Silver, 1994).

Rott (2023), problem kurma sürecini dört aşamada ele alır:

a) Yönlendirme (Orientation):

- Öğrenci, problem kurma sürecine başlamak için verilen durum veya bağlamı analiz eder.
- Problemin temel bileşenleri belirlenir ve öğrencinin odak noktası oluşturulur.

b) Bağlantı (Connection):

- Öğrenci, verilen durum ile daha önceki bilgileri arasında bağlantılar kurar.
- Daha önce çözülen problemler veya bilinen stratejiler referans alınarak yeni fikirler üretilir.

c) Üretim (Generation):

- Problemin oluşturulduğu aşamadır.
- Öğrenci, farklı bakış açıları geliştirerek problem varyasyonları oluşturur.

d) Yansıtma (Reflection):

- Oluşturulan problemin uygunluğu ve çözümü değerlendirilir.
- Öğrenci, problemin matematiksel anlamlılığını kontrol eder ve gerekirse düzenlemeler yapar.

Problem Kurma ve Problem Çözme Arasındaki İlişki

Rott, problem çözme ve problem kurma süreçlerinin birbirini desteklediğini belirtir. Bir birey, bir problemi çözerken problem kurma aşamalarına bilinçsiz bir şekilde geçiş yapabilir. Örneğin:

- Problemin çözüm sürecinde alternatif çözüm yolları aranırken yeni alt problemler oluşturulabilir.
- Deneme-yanılma aşamasında problem genişletilip daraltılarak yeni problem varyasyonları türetilir (Rott, 2021).

Araştırmalar, problem kurma etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme becerilerini güçlendirdiğini göstermektedir. Öğrenciler, problem kurma süreçlerinde matematiksel düşünme, analiz etme ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirir (Cai & Hwang, 2002).

Problem Kurma Süreçlerinin Eğitimdeki Yeri

Problem kurma etkinliklerinin matematik eğitiminde kullanımı giderek yaygınlaşmaktadır. Rott'un modeli, öğretmenlere ve eğitimcilere problem kurma sürecinin yapılandırılması konusunda önemli bir rehber sunar. Bu süreç sayesinde:

- Öğrencilerin matematiksel yaratıcılığı desteklenir.
- Problem çözme becerileri derinlemesine geliştirilir.
- Öğrenciler, matematiksel bilgiyi yapılandırma ve transfer etme yeteneklerini geliştirir.

Örneğin, yapılan bir çalışmada problem kurma etkinliklerine katılan öğrencilerin, matematiksel iletişim ve analiz becerilerinde

göze görülür bir artış sağladığı rapor edilmiştir (Cai & Hwang, 2002).

Eğitimde Kullanımı ve Öğrenci Başarısına Etkisi

Rott'un matematiksel problem çözme modeli, eğitimde öğrenci merkezli bir yaklaşımı teşvik ederek matematik öğretiminde etkili bir araç olarak kabul edilmektedir. Modelin doğrusal olmayan doğası, öğrencilerin problem çözme sürecinde daha esnek düşünmesini ve derinlemesine analiz yapmasını sağlamaktadır (Rott, 2021). Burada modelin eğitimdeki kullanımı ve öğrenci başarısına etkisi detaylı olarak ele alınacaktır.

Eğitimde Kullanım Alanları

Matematik eğitiminde problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme kapasitelerini artırmak için kritik bir role sahiptir. Rott'un modeli, özellikle şu alanlarda kullanılmaktadır:

- **Problem Çözme Atölyeleri:**

Öğrenciler, modelin sunduğu esnek süreçler sayesinde problem çözme becerilerini adım adım geliştirirler. Çözüm sırasında hatalar ve yeniden değerlendirmeler öğrenme sürecinin bir parçası olarak kabul edilir (Cai & Hwang, 2002).

- **Problem Kurma Etkinlikleri:**

Problem çözme becerisi kadar problem kurma sürecini de geliştiren bu model, öğretmenler tarafından öğrencilerin yaratıcılıklarını desteklemek amacıyla kullanılır.

- **Öğretmen Eğitim Programları:**

Öğretmenlerin problem çözme sürecinde öğrencilere rehberlik etmeleri için Rott'un modeli bir kılavuz olarak

kullanılabilir. Bu sayede öğretmenler, öğrencilerin stratejilerini analiz ederek uygun geri bildirimde bulunabilirler (Rott, 2023).

Öğrenci Başarısına Etkisi

Rott'un modeli üzerine yapılan araştırmalar, bu modelin kullanıldığı sınıflarda öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinde önemli gelişmeler sağladığını göstermektedir.

- Matematiksel Düşünme Becerilerinde Gelişim:

Öğrenciler, doğrusal olmayan süreçte farklı çözüm yollarını deneyerek matematiksel düşünme kapasitelerini artırır. Özellikle karmaşık problemlerde daha sistematik stratejiler geliştirirler (Schoenfeld, 1985).

- Problem Çözme Stratejilerinin Çeşitlenmesi:

Öğrenciler, hatalarını analiz ederek farklı çözüm yollarını dener ve çözüme ulaşma sürecinde daha yaratıcı ve esnek olurlar (Silver, 1994).

- Öz Yeterlilik ve Motivasyon Artışı:

Problem çözme sürecinde deneme-yanılma ve değerlendirme aşamalarının bir öğrenme aracı olarak kabul edilmesi, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını olumlu yönde etkiler. Öğrenciler, problem çözmeye yönelik öz güven kazanır (Lester, 2013).

Örneğin, yapılan bir araştırmada Rott'un modeli kullanılarak problem çözme etkinliklerine katılan öğrencilerin başarı oranında %30'a varan bir artış gözlemlenmiştir (Cai & Hwang, 2002). Bu etkinin, özellikle karmaşık problemlerle çalışırken daha belirgin olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin Deneyimleri

Rott'un modeli öğretmenler için de önemli bir rehberdir. Öğretmenler, öğrencilerin problem çözme süreçlerini gözlemleyerek öğrenme eksikliklerini tespit edebilir ve uygun müdahalelerde bulunabilirler. Ayrıca model, öğretmenlerin öğrencilerle bireysel olarak ilgilenmesine olanak sağlar.

Bir çalışmada öğretmenlerin %80'i, Rott'un modelini kullanarak öğrencilerin problem çözme stratejilerini geliştirdiklerini ve matematiksel düşünme becerilerinde ilerleme kaydettiklerini belirtmiştir (Rott, 2023).

Sonuç ve Öneriler

Genel Değerlendirme

Rott'un matematiksel problem çözme modeli, doğrusal olmayan ve dinamik yapısıyla matematik eğitiminde önemli bir yer edinmiştir. Model, öğrencilerin problem çözme sürecinde esneklik kazanmasını ve çözüm stratejilerini derinlemesine geliştirmesini sağlar. Ayrıca, modelin sürece odaklı yapısı, yalnızca doğru cevaba ulaşmayı değil, problem çözme sürecinde öğrenmeyi ve anlamayı da ön planda tutar (Rott, 2021).

Problem çözmenin yanında problem kurma sürecine de vurgu yapan Rott'un modeli, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını geliştirerek daha aktif bir öğrenme deneyimi sunmaktadır. Yapılan araştırmalar, bu modelin kullanıldığı sınıflarda öğrencilerin matematiksel başarılarının, problem çözme yeteneklerinin ve öz güvenlerinin arttığını göstermektedir (Rott, 2023).

Eğitimciler ve Araştırmacılar İçin Öneriler

a) Eğitim Programlarına Entegrasyon:

Rott'un modeli, öğretim programlarına entegre edilerek problem çözme ve problem kurma etkinliklerine yer verilmelidir. Öğrencilere esnek düşünme fırsatları sunan bu yaklaşım, matematik eğitimini daha etkili hale getirebilir.

b) Öğretmen Eğitimi:

Öğretmenlerin Rott'un modeli hakkında bilgi sahibi olması ve bu modeli sınıf içi etkinliklerde nasıl kullanacaklarını öğrenmeleri önemlidir. Öğretmen eğitim programlarında modelin tanıtılması ve uygulamalı eğitimlerin yapılması önerilir.

c) Teknoloji Kullanımı:

Problem çözme süreçlerini desteklemek için dijital araçlar ve uygulamalar kullanılabilir. Öğrenciler, bu araçlar sayesinde stratejilerini görselleştirerek öğrenme süreçlerini daha etkili hale getirebilirler (Cai & Hwang, 2002).

d) Araştırma Çalışmaları:

Rott'un modeli üzerine yapılan çalışmalar artırılmalı ve modelin farklı yaş grupları ve problem türleri üzerindeki etkileri araştırılmalıdır. Özellikle problem çözme ve problem kurma süreçlerinin birbiriyle ilişkisi daha detaylı incelenmelidir.

e) Öğrenci Merkezli Uygulamalar:

Problem çözme ve kurma etkinlikleri, öğrencilerin bireysel öğrenme hızlarına ve ilgi alanlarına göre çeşitlendirilebilir. Bu sayede öğrenciler, matematikle daha anlamlı bir bağ kurabilirler.

Sonuç

Rott'un matematiksel problem çözme modeli, matematik eğitime farklı bir perspektif kazandırarak öğrencilerin daha derinlemesine düşünmelerini ve yaratıcı çözümler üretmelerini desteklemektedir. Bu model, yalnızca problem çözmeyi öğretmekle kalmaz, aynı zamanda öğrenme sürecinin her aşamasında hatalardan öğrenmeyi ve çözüm yollarını geliştirmeyi teşvik eder.

Eğitmcilerin bu modeli etkin bir şekilde kullanması, öğrencilerin matematiksel başarılarının yanı sıra öz güvenlerini ve problem çözme motivasyonlarını da artıracaktır. Gelecekte yapılacak araştırmalarla modelin farklı eğitim bağlamlarında uygulanabilirliği ve etkileri daha kapsamlı bir şekilde ortaya konulabilir.

Rott'un Modeline göre Örnekler

Örnek 1: Cebirsel Problem

Problem: Bir çiftlikte tavuk ve koyunların toplam sayısı 36'dır. Hayvanların toplam ayak sayısı 100'dür. Çiftlikte kaç tavuk, kaç koyun vardır?

Modelin Uygulanması:

1. Başlangıç Aşaması:

Verilenleri listeleme:

- Toplam hayvan sayısı: 36
- Toplam ayak sayısı: 100
- Tavukların 2, koyunların 4 ayağı var

2. Keşif ve Anlama:

Değişkenleri belirleme:

- x: Tavuk sayısı

- y: Koyun sayısı
Denklemleri kurma:
 - $x + y = 36$ (toplam hayvan)
 - $2x + 4y = 100$ (toplam ayak)
3. Planlama:
- Denklem sistemi çözme stratejisi seçme
 - İki bilinmeyenli denklem sistemini çözme yöntemini belirleme
4. Uygulama:
- $x + y = 36$
 - $2x + 4y = 100$
 - $y = 36 - x$
 - $2x + 4(36 - x) = 100$
 - $2x + 144 - 4x = 100$
 - $-2x = -44$
 - $x = 22$ (tavuk sayısı)
 - $y = 14$ (koyun sayısı)
5. Değerlendirme:

Kontrol: 22 tavuk (44 ayak) + 14 koyun (56 ayak) = 100 ayak

Toplam hayvan: $22 + 14 = 36$

Örnek 2: Geometri Problemi

Problem: Bir dikdörtgenin çevresi 24 cm ve alanı 35 cm²'dir. Dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulunuz.

1. Başlangıç Aşaması:
- Çevre = 24 cm
 - Alan = 35 cm²
 - Dikdörtgende karşılıklı kenarlar eşit
2. Keşif ve Anlama:
- Uzun kenar: x
 - Kısa kenar: y

- $2(x+y) = 24$ (çevre formülü)
 - $x.y = 35$ (alan formülü)
3. Planlama:
- İkinci dereceden denklem kurma
 - Çarpanlara ayırma yöntemini kullanma
4. Uygulama:
- $x + y = 12$
 - $x.y = 35$
 - $y = 12 - x$
 - $x(12-x) = 35$
 - $12x - x^2 = 35$
 - $x^2 - 12x + 35 = 0$
 - $(x-7)(x-5) = 0$
 - $x = 7$ veya $x = 5$
 - $y = 5$ veya $y = 7$
5. Değerlendirme:
- Kenarlar 7 cm ve 5 cm
 - Kontrol: $2(7+5) = 24$ cm (çevre)
 - $7.5 = 35$ cm² (alan)

Örnek 3: Olasılık Problemi

Problem: Bir torbada 3 kırmızı, 4 mavi ve 5 yeşil bilye vardır. Torbadan art arda yerine koymadan iki bilye çekildiğinde, her iki bilyenin de aynı renk olma olasılığı nedir?

1. Başlangıç Aşaması:
- Toplam bilye: 12
 - Kırmızı: 3, Mavi: 4, Yeşil: 5
 - İki çekiş yapılacak
 - Yerine koymadan çekim
2. Keşif ve Anlama:
- Her renk için ayrı olasılık hesaplanmalı

- Toplam olasılık bulunmalı
3. Planlama:
- Her renk için:
$$[n(\text{renk})/n(\text{toplama})] \times [(n(\text{renk})-1)/(n(\text{toplama})-1)]$$
 - Üç renk için olasılıkları toplama
4. Uygulama:
- Kırmızı için: $(3/12) \times (2/11) = 6/132$
 - Mavi için: $(4/12) \times (3/11) = 12/132$
 - Yeşil için: $(5/12) \times (4/11) = 20/132$
 - Toplam olasılık: $38/132 \approx 0.288$
5. Değerlendirme:
- Olasılık mantıklı aralıkta (0-1 arası)
 - Tüm durumlar hesaba katıldı
 - Sonuç yaklaşık %28.8
- Sonuç olarak her örnekte görüldüğü gibi, Rott'un modeli farklı problem türlerine uyarlanabilir.

Kaynakçalar

Cai, J., & Hwang, S. (2002). Assessing students' mathematical problem-posing and problem-solving abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 50(2), 137-175.

Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 245-278.

Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (pp. 117-135). Springer.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Rott, B. (2012). Mathematical problem solving and the role of motivation. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 45-69. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9334-x>

Rott, B. (2014). Rethinking mathematical problem-solving: Toward new learning trajectories. *Journal for Mathematics Education*, 15(3), 45-62.

Rott, B. (2021). A descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM Mathematics Education*, 53(4), 789-803.

Rott, B. (2023). On understanding mathematical problem-posing processes. *ZDM Mathematics Education*, 55(2), 123-138.

Rott, B., & Csikos, C. (2021). Problem-solving in mathematics education: Recent approaches and results. *ZDM Mathematics Education*, 53(4), 743-752.

Rott, B., & Leuders, T. (2017). Mathematical problem solving in primary and secondary education: A new perspective on assessment and development. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 633-647.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Journal of Education*, 196(2), 1-38.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.