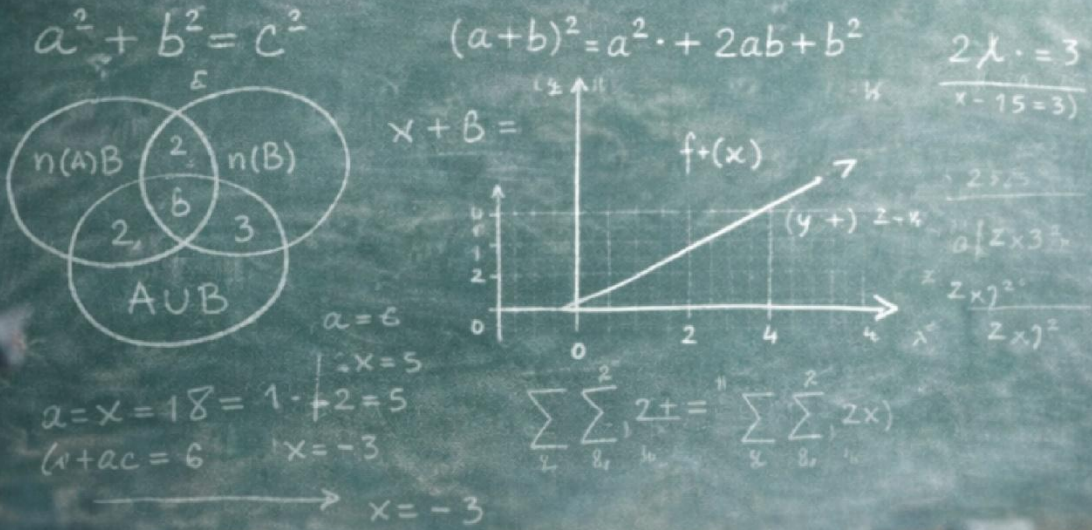


Etkili Matematik Öğretimi Üzerine Yaklaşımlar



Editörler
Tuğçe Kozaklı Ülger
Işıl Bozkurt



BİDGE Yayınları

Etkili Matematik Öğretimi Üzerine Yaklaşımlar

Editörler: Tuğçe Kozaklı Ülger & Işıl Bozkurt

ISBN: 978-625-8673-16-6

1. Baskı

Sayfa Düzeni: Gözde YÜCEL

Yayınlama Tarihi: 25.12.2025

BİDGE Yayınları

Bu eserin bütün hakları saklıdır. Kaynak gösterilerek tanıtım için yapılacak kısa alıntılar dışında yayıncının ve editörün yazılı izni olmaksızın hiçbir yolla çoğaltılamaz.

Sertifika No: 71374

Yayın hakları © BİDGE Yayınları

www.bidgeyayinlari.com.tr - bidgeyayinlari@gmail.com

Krc Bilişim Ticaret ve Organizasyon Ltd. Şti.

Güzeltepe Mahallesi Abidin Daver Sokak Sefer Apartmanı No: 7/9 Çankaya /
Ankara



İÇİNDEKİLER

MATEMATİĞİN YAŞAMSAL BAĞINI VE MATEMATİK OKURYAZARLIĞINI DESTEKLEMELİK: ÇİFT ODAKLI ÖĞRETİM MODELİNİN (ÇOM) TANITIMI	4
MURAT ALTUN	4
İŞİL BOZKURT	4
TUĞÇE KOZAKLI ÜLGER	4
ÖĞRENCİLERİN ARAÇLARI EĞİTİMSEL YARDIM ARAMA AMAÇLI KULLANIMLARI: TERCİHLER, MOTİVASYONLAR VE PEDAGOJİK YANSIMALAR	31
TUĞÇE KOZAKLI ÜLGER	31
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BAĞLAMSAL GEOMETRİK OLUŞUM PROBLEMLERİNİ ÇÖZÜM SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ.....	49
HAMZA AĞAR	49
İŞİL BOZKURT	49

MATEMATİĞİN YAŞAMSAL BAĞINI VE MATEMATİK OKURYAZARLIĞINI DESTEKLEMELİK: ÇİFT ODAKLI ÖĞRETİM MODELİNİN (ÇOM) TANITIMI

**MURAT ALTUN¹
IŞIL BOZKURT²
TUĞÇE KOZAKLI ÜLGER³**

Giriş

Okul matematiğı ile yaşam arasındaki kopukluk uzun süreden beri bilinen, şikâyet edilen ve üzerinde çalışılan bir konudur (Ellerton, 2013; Kaiser & Willander, 2005). 2000’li yılların başlarında uygulamaya konan PISA ve benzeri uluslararası sınavlar, söz konusu kopukluğu daha açık ve belirgin olarak ortaya koymuş ve matematiğın yaşama nitelik kazandırma bakımından beklenen katkıyı yapabilmesini sağlamak için yeni tedbirlerin alınması gerektiğini düşündürmüştür. Yaşamdaki problemlerin çözümünde

¹ Prof. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Orcid:0000-0001-8853-8523

² Dr. Öğr. Üyesi, Harran Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Orcid: 0000-0002-0720-7413

³ Doç. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Orcid: 0000-0001-8413-8290

matematikten yararlanma durumu matematik okuryazarlığı (MO) kavramı ile anlatılmıştır (McCrone ve Dossey, 2007). Birçok ülkede, eğitim programlarını güncellerken MO başarı düzeyini ölçmeyi ve öğretim içeriğini bireyleri matematik okuryazarı yapmayı hedefleyen projeler yürütülmüş (KOM, MCRF, vb.), kongreler düzenlenmiş ve MO'ya özel yayınlar yapılmıştır. Ülkemizde ise PISA'daki düşük başarılar, yöneticilerin konuya daha duyarlı yaklaşmasına yol açmış; öğretimde yapılacak değişikliklerin belirlenmesi ve MO soruları hazırlama becerisinin geliştirilmesi üzerine çalışmalar başlatılmıştır gelmiştir. Alanda yürüyen çalışmalar matematik okuryazarı bireyler yetiştirme özel amacına yönelmiştir. Okul matematiği ile yaşam arasındaki uyumsuzluğun giderilmesi Problemi, MO'nun matematik öğretim programlarına nasıl entegre edilebileceğine evrilmiş ve temel amaç bireyi matematik okuryazarı olarak yetiştirmek haline gelmiştir.

Çift Odaklı Öğretim Modeli (ÇOM) da bu kapsamda yapılmış bir proje (218K515 nolu TÜBİTAK 1003 projesi) sonucunda ortaya konulmuş olan bir modeldir. Prof. Dr. Murat ALTUN (2021) tarafından önerilmiş ve literatüre kazandırılmıştır.

Matematik Öğretimi Sürecinde Bir Revizyon İhtiyacı

Hâlihazırda matematik öğretiminde bilişsel kuramlara dayalı çeşitli yöntemler (buluş yoluyla öğretim, düz anlatım, proje tabanlı öğretim, sunuş yoluyla öğretim, tanımlar yardımı ile öğretim vs.) kullanılmaktadır. Geleneksel öğretim, ağırlıklı olarak dersi öğretmenin anlatması, anlaşılmayan yerlerin sorulması ve öğretmenin (varsa) bu sorulara cevap vermesi şeklinde sürmektedir. Bu şekilde öğretim, bilginin ihtiyaç olduğunda işe koşulup uygulanabilmesi için yeterli birikimi kazandırmaktan uzaktır. Böyle yürüyen bir öğretim sürecinde, bilginin yaşamsal uygulamalarına ve MO sorularına kontrollü bir şekilde yer vermek söz konusu değildir. MO öğretimin programa kontrollü olarak entegre edilmesi ve

takibinin sağlanması gerekmektedir. Bu gereklilikler öğretim sürecinde bir revizyon ihtiyacına işaret etmektedir.

Altun, vd. (2022), matematik okuryazarı birey yetiştirmek için mevcut matematik öğretimin işleyişinde üç temel eksikliğe işaret etmiştir. Bu üç temel eksiklikten birincisi öğretim içeriğinin güncel matematik anlayışına uygun olmamasıdır. Günümüzde matematik, geçmişteki, kuralları bilmek ve yeri geldikçe kullanmak şeklindeki anlayıştan farklı olarak, “realitenin modellenmesini temel alan, anlamlandırma ve problem çözme sonucunda oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler” olarak algılanmaktadır (De Corte, 2004). Bu tanım matematik öğretiminde modelleme kavramını öne çıkarmakta, yanı sıra problem çözme, bilgi ve süreç kavramlarına vurgu yapmaktadır. Tanımda yer alan “anlamlandırma” ve “problem çözme”, bilginin insan yaşamına yansıtılması için geliştirilmesi amaçlanan *önemli yeterliklerdir*. “Kazanılan bilgi” ve “süreç içinde kazanılan beceriler” deyiimi ile becerilere, bilgiyle aynı düzeyde önem atfedilmektedir. Güncel matematik anlayışında, sadece bilgi edinme değil aynı zamanda bilginin gerçek yaşamda kullanılması talebi vardır. Bu amacın gerçekleşmesi, bilginin yaşamda kullanılmasında işlevsel olan becerileri kazandırılması gerektiğini düşündürmektedir.

Son yıllarda matematik öğretiminde kabul gören gerek yapılandırmacı kuram gerekse GME bilgi kazandırma amaçlı yaklaşımlardır. Bu yaklaşımların takip edildiği süreçte, beceriler kendiliğinden ne ölçüde gelişiyor ise onunla yetinilmektedir. Yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak geliştirilen (örneğin 5E modelindeki) basamaklar *bilgiye ulaşma* sürecini anlatmaktadır. GME’de de öğrenme, soyutlama sürecine dayanmakta ve soyutlama sonucunda bilgiye ulaşılmaktadır.

Revizyon ihtiyacını ortaya çıkaran ikinci husus matematik dersi içeriği ve öğretim yöntemleridir. Mevcut ders materyalleri ve

yazılı kaynaklarda çokça alıştırmaya ve sözel probleme yer verilmektedir. Öğretimde MO sorularına ve yaşamsal uygulamalara yer verilmesi gerekir. Mevcut öğretim yöntem ve tekniklerinin uygulanması sürecinde, MO sorusu ve yaşamsal uygulamalara yer vermeye engel bir durum olmamakla birlikte bu eksiği gidermeyi garanti altına alacak bir içerik de bulunmamaktadır. Bu durum birçok çalışmada da dile getirilmektedir. Türkiye'de ortaokul matematik ders kitaplarının incelendiği çeşitli çalışmalar, içeriklerin genellikle kavramsal bilgi boyutunda kaldığını ve anlama basamağına odaklandığını göstermektedir (Kadırlıhan ve Tanrıseven, 2024). Bu durum, öğrenilen bilginin derinleştirilmesi ve yaşamla ilişki kurulması açısından eksiklikler olduğunu ortaya koymaktadır. Örneğin, Tartan ve Erşen (2024)'ün çalışması, sekiz farklı ortaokul matematik ders kitabında matematiği günlük yaşamla ve diğer disiplinlerle ilişkilendirme düzeyinin yetersiz olduğunu vurgulamaktadır.

Revizyon ihtiyacının üçüncü nedeni olarak bilişsel yaklaşımların öğretimde kullanımında karşılaşılan güçlükler gösterilebilir. Yapılandırmacı yaklaşımın yaygın uygulama basamaklarından biri olan 5E modeli üzerinden bir değerlendirme yapalım. Model geniş kabul görse de uygulamadaki etkinliğine yönelik bazı eleştiriler bulunmaktadır (örn. Chen ve Klahr, 1999; Kirshner vd., 2006). Withee ve Lindell (2006), 5E'yi iyi bilen öğretmenlerin bile aşamaları birbirinden ayırmakta zorlandığını, bazı aşamalarda takılıp kaldıklarını belirtmiştir. Diğer araştırmalarda da öğretmenlerin özellikle giriş ve keşfetme basamaklarında güçlük yaşadığı ve giriş aşamasına aşırı ağırlık verildiği rapor edilmiştir (Biber vd., 2015). McHenry ve Borger (2013) ise öğretmenlerin derinleştirme ve değerlendirme aşamalarını çoğu zaman uygulamadığını ve derslerin öğretmen merkezli hale geldiğini göstermiştir. Kenealy (2013) de modelin zaman kısıtlı yapısının süreci yönlendirdiğini vurgulamıştır. Bu eleştiriler, 5E modelinde

bazı aşamaların geri planda kaldığını, bazılarının ise baskınlaştığını ve öğretimin yer yer öğretmen merkezli bir yapıya dönüştüğünü göstermektedir. Bu sorunlar öğretimi sıralı işlemler halinde tanımlayan öğretim modellerinin yol açtığı aksaklıklara örnek olarak verilebilir. Benzer durum farklı modeller için de tartışılabilir. Burada olduğu gibi öğretim sürecine sırası ve süreleri tanımlanmış sert aşamalar öneren öğretim yöntemlerinde de revizyon ihtiyacı ortaya çıkmaktadır. MO'yu sürece entegre eden, matematiksel yeterlikleri (MY) ortaya çıkaran, değerlendirmelerde yaşam temelli sorulara yer veren ve etkinliklerin nerede kullanılacağını açıkça gösteren bütüncül bir çalışmanın literatürde bulunmaması da bu ihtiyacı güçlendirmektedir.

Günümüzde ise MY kazandırılmasına özel önem verilmekte, MY'in öğretim sürecinin doğal akışı içinde kazandırılması gerektiği vurgulanmaktadır (Niss, 2016). ÇOM kapsamında, MO ve MY'i geliştirmek amacıyla, öğretime yöntem düzeyinde bir müdahale önerilmektedir.

Botha vd. (2013), "MO'nun etkili biçimde öğretilmesi için özel bir yöntem var mıdır?" sorusuna yanıt aramış ve MO başarısında öğretmenlerin bilgi düzeylerinin yanı sıra tecrübelerinin de öğretim süreçlerinin verimliliğinde belirleyici olduğunu ortaya koymuştur. Matematik bilgisine sahip ve deneyimli öğretmenlerin MO müfredatını daha başarılı şekilde uyguladığı görülmüştür. Alan yazındaki birçok çalışma, MO'nun gelişiminin yapılandırmacı yaklaşım ve uygulama ağırlıklı etkinliklerle desteklenebileceğini göstermektedir. Firdaus ve arkadaşları (2017) ise MO'nun kullanılan öğretim modellerinden doğrudan etkilendiğini belirtmektedir. Çeşitli araştırmalarda problem temelli öğrenme (Sari, Yandari ve Fakhrudin, 2017), matematiksel etkinliklere dayalı öğretim, GME (Khaerunisak vd., 2017), yapılandırmacı yaklaşım (Brown ve Schafer, 2006) ve strateji temelli matematik eğitimi (Gellert, 2004) gibi yöntemlerin MY geliştirdiği; en güçlü aracın ise yoğun

uygulama yapmak olduğu ifade edilmiştir (Lutzer, 2005). Bütün bu değerlendirmeler MO’da başarı elde etmek için uygulamalar yapma gereğini (Lutzer, 2005), bu süreçte yapılandırmacı yaklaşım ve problem temelli öğrenmenin (Sari, Yandari & Fakhrudin, 2017), etkinliklerle öğretimin (Khaerunisak vd., 2017) önemine vurgu yapmaktadır.

ÇOM, tüm matematik konularına uygulanabilir genel bir öğretim modeli olarak tasarlanmış olup, MO’yu geliştirme amacının yanı sıra mevcut uygulamalarda görülen aksaklıkları gidermeye de katkı sağlayabilecek potansiyele sahiptir. Ki bu potansiyel ÇOM’un geliştirildiği proje uygulamaları sürecinde ortaya konulmuştur. Elde edilen bulgular, modelin etkili biçimde işlediğini; uygulanabilir, sürdürülebilir ve matematik okuryazarlığını geliştirmekle kalmayıp genel matematik öğretimine de uyarlanabilir nitelikte olduğunu göstermiştir. Bölümün sonunda verilecek olan ÇOM üzerinde yapılmış tez ve makaleler incelenerek bu potansiyel görülebilir.

Çift Odaklı Öğretim Modeli (ÇOM)

Matematik öğretiminde süreç birçok adımdan oluşsa da ÇOM’da iki öğrenme aşaması özellikle kritik görünmektedir: Kavram ya da genellemenin kazandırılması ve bu bilginin pekiştirilip uygulanması. Matematik öğretimini etkileyen iki önemli kuram olan yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı ve GME, kavram öğretimine uygun bir problem ya da etkinlikle başlamayı temel alır. Seçilen problemin çözülmesi veya etkinlikteki zihinsel belirsizliğin giderilmesi, yapılandırmacı kuramda keşfetme aşamasında; GME’de ise “yeniden keşif” ilkesine dayalı matematikleştirme sürecinde gerçekleşir (Altun, 2021). Bu aşamadan sonra yapılacak iş, ulaşılan sonucun açıklanmasıdır. Dolayısıyla hedeflenen kavram ya da genelleme, bu iki aşama merkeze alınarak ve diğer adımlar bu temel süreçle ilişkilendirilerek öğretilir. Bu nedenle öğretimin ilk kritik noktası keşfetme aşamasıdır.

Öğrenilen bilginin kırılganlığını azaltma, onu sağlamlaştırma ve çeşitli durumlarda kullanabilme ise yapılandırmacı yaklaşımda derinleştirme; GME’de ise dikey matematikleştirme süreciyle sağlanır. Bu durum ikinci kritik noktanın, bilginin pekiştirilmesi ve uygulamaya dönüştürülmesi olduğunu göstermektedir. Geri kalan adımlar ise elde edilen sonuçların açıklanması ve değerlendirilmesinden ibarettir.

Kısacası öğretim, bu iki kritik odaktan hareket eden ve ayrıntıların bu odaklar etrafında şekillendiği bir süreç olarak ele alınabilir. ÇOM kapsamında bu iki noktanın ön plana çıkarıldığı, öğretimin bu odaklar doğrultusunda yapılandırıldığı bir öğretim modeli geliştirilmiş ve modele “Çift Odaklı Öğretim Modeli” adı verilmiştir.

ÇOM’un iki odağı, bu odakların işlevleri ve birbirinden ayrıldığı yönler aşağıdaki gibi özetlenebilir: Matematik derslerinin süreç ve konu temelli olmak üzere iki temel hedefi bulunmaktadır (Niss, 2003). Süreç temelli hedefler, öğrencilerin MY edinmesine yöneliktir. Konu temelli hedefler ise iki başlık altında toplanabilir: (i) Kavram ve genelleme bilgisinin oluşturulması ile ilgili becerilerin geliştirilmesi, (ii) Kavram veya genellemelerin kırılganlığının giderilmesi, becerilerin pekiştirilmesi ve farklı durumlarda uygulanması. ÇOM’da birinci odak, kavram ve genelleme bilgisinin oluşturulmasına ve buna bağlı becerilerin geliştirilmesine; ikinci odak ise kavram veya genellemelerin sağlamlaştırılmasına, becerilerin pekiştirilmesine ve uygulanmasına yöneliktir. Her iki odakta yürütülen öğretim etkinliklerinin, öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimini desteklemesi ve beslemesi esastır.

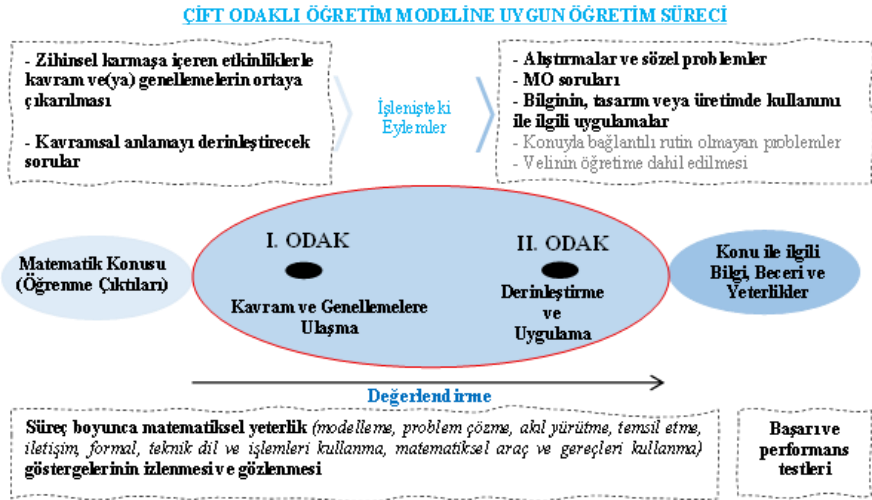
ÇOM’a uygun olarak yürütülecek bir derste takip edilmesi gereken işlem adımları Tablo 1’deki gibi sıralanabilir:

Tablo 1. ÇOM'a uygun bir dersin işlem adımları

Odaklar	Kapsam	İşlem Adımları
1. Odak	Bilginin (Kavram ve Genelleme) Kazandırılması	- Bilginin etkinlik (tercihen zihinsel karmaşa içeren etkinlik) üzerinden kazandırılması (Yapılandırmacılık ve GME'ye uygun olarak) - Kavramsal anlamayı geliştirecek sorulara yer verme
2. Odak	Kazandırılmış Bilginin Pekiştirilmesi ve Derinleştirilmesi	- Ders kitaplarındaki alıştırmalar ve sorular - Matematik okuryazarlığı soruları - Yaşamsal uygulamalar - Rutin olmayan sorular (konu ile ilgili) - Ders dışında tamamlanan ödevler (Veliyi öğretim sürecine dahil etme)

Şekil 1'de ÇOM'a uygun bir öğretim süreci görselleştirilmiş ve her iki odak kapsamında yürütülen çalışmalar özetlenmiştir:

Şekil 1. ÇOM'a uygun bir öğretim süreci



Birinci Odak

Birinci odak, hedeflenen kavram veya genellemelerin öğrencilere, öğrenme sürecine aktif biçimde katıldıkları ve öğrenme sorumluluğunu paylaştıkları öğretim etkinlikleriyle kazandırıldığı aşamayı ifade eder. Birinci odakta yürütülen sürecin, geleneksel

yaklaşımından ayrıldığı temel noktalardan biri, konuya girişte yaşanan zaman kaybını ortadan kaldırmasıdır. Nitelikli bir etkinliğin sunulması ya da üzerinde çalışılacak yaşamsal bir problemin tanıtılması, öğrencilerin dikkatini toplamak için yeterli olmakta ve ayrıca bir giriş aşamasına duyulan ihtiyacı azaltmaktadır.

Bu odakta önemli bir diğer husus, kavram ve genellemelerin öğretiminde GME ve yapılandırmacı yaklaşımın temel alınmasıdır. Dolayısıyla seçilen etkinlik/soru, her iki yaklaşımın öğrenme süreçlerinden birini çağrıştırmalıdır. Buradaki etkinlik, sıradan işlem basamaklarının arka arkaya uygulandığı bir çalışmadan ziyade ***zihinsel bir karmaşa içeren***, bu karmaşayı aşmak için esnek düşünmeye, düşüncelerini ifade etmeye, fikirlerini savunmaya ve tartışmaya fırsat tanıyan uygulamalı bir süreçtir. Etkinlik seçimi özen gerektirir ve etkinlik, öğretilmek istenen kavram ya da genellenin yapısına uygun olmalıdır. Gerek GME'ye gerekse yapılandırmacı yaklaşımın ilkelerine uygun olacak şekilde tasarlanan/seçilen bu etkinlikler, öğrencilerin kendi düşüncelerini üretmelerine ve birbirlerinin düşüncelerini tartışmalarına imkân tanıyarak MY'nin doğal biçimde ortaya çıkmasına zemin hazırlar. Etkinliklerde öğrencilerin bireysel ya da grup olarak çalışması, belirlenen görevlere ulaşmak için yöntem ve stratejilerini kendilerinin seçmesi esastır. Öğretmenin zaman kazanma veya düzenli çalışma gibi gerekçelerle etkinliklere müdahale etmemesi gerekir. Bu bağlamda “yarı yapılandırılmış etkinlik” kavramı tam karşılığını bulur. Burada ortaya çıkabilecek risk, öğrencilerin etkinliğe ilgi göstermemesi olabilir; ancak bu durum, nitelikli etkinlik tasarımları ve alternatif etkinliklerin önceden planlanmasıyla minimize edilebilir.

Özetle, birinci odağın iki temel bileşeni bulunmaktadır: Birincisi —odak için vazgeçilmez olan— kavram ve/veya genellemelerin kazandırılmasıdır. İkincisi ise bu öğrenmeyi

destekleyen ve kavramsal anlamayı derinleştiren sorulara yer verilmesidir.

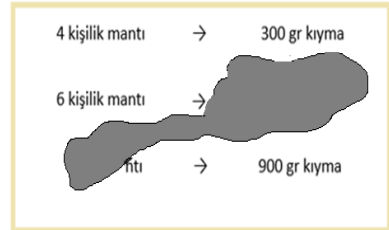
Kavram ve Genellemelerin Kazandırılması: “Kavram” deyiimi ile “...nedir?” sorusuna cevap olan veya başka söyleyişle tanımı yapılabilen bilgiler kastedilir (Altun, 2021). Üçgen, açı, asal sayı, denklem, eşitsizlik, çift sayı, sayı sistemi ifadeleri birer kavramdırlar. Gerçekten de bunlara “nedir?” fiilini eklerseniz anlamlı bir soru oluşur. “Genelleme” denildiğinde eşitlikler, eşitsizlikler, örüntüler, diziler, teoremler akla gelir. Örneğin: “Üçgende iç açılar toplamı 180° ’dir.”

Birinci odakta öğretim yapılırken kavram ve genellemeleri doğrudan tanıtmak yerine o tanımla sonuçlanabilecek bir durum üzerine tartışma açılır. Bu tartışma ile bilgi tam olarak ortaya çıkmasa bile anlamayı kolaylaştıracak bir zemin oluşur.

Örneğin, “Oran” kavramının verileceği bir derste bir otomobilin küçültülmüş bir modeli gösterilip “Bu nasıl yapılmış olabilir bir fikriniz var mı?” diye sormak.

“Orantı” kavramı tanıtılırken; “Mantı ölçüsü ile ilgili bilginin yazılı olduğu aşağıdaki kâğıdın bir kısmında ne yazdığı anlaşılmamaktadır. Kaybolan kısımlarda ne yazmış olabilir?” şeklinde bir soru tartışmaya açmak uygun olur.

Kavram bilgisinin işlendiği derslerde etkinlikler, çoğunlukla GME’deki *yatay matematikleştirme* sürecine uygun olarak tasarlanır. Her zaman kavrama doğrudan ulaştıracak bir etkinlik geliştirmek/bulmak mümkün olmayabilir. Bu gibi durumlarda öğrencileri kavrama hazırlamak amacıyla, kavramın günlük yaşamda kullanımını yansıtan örnekler



içeren bir etkinlik/problem planlanabilir. Etkinlik tamamlandıktan sonra kavram bilgisinin öğretmen tarafından öğretimsel olarak açıklanması, öğrencilerin bu bilgiyi zihinsel olarak yapılandırmasını kolaylaştırır.

Kavramsal Anlamayı Derinleştirme Çalışmaları: Birinci odağın önemli bir diğer özelliği, kavram veya genelleme öğretimini izleyen süreçte *kavramsal anlamayı derinleştirecek* sorulara yer verilmesidir. “Kavramsal anlamayı derinleştirme” ile kastedilen, öğrenilen kavram veya genellenenin yalnızca *ne olduğunun* değil, aynı zamanda *ne olmadığını* da sorgulanmasıdır. Bu süreçte muhakeme etme ve argüman oluşturma yeterlikleri önemli yer tutar. Bu amaçla, öğretilen kavramın benzer kavramlardan ayrıldığı yönleri görünür kılan sorular kullanılır. Örneğin:

- Yüzde hesaplarının işlendiği bir derste: “Madem ki yüzde hesapları var, doksanda hesapları da olur mu?”
- Tam sayıların ele alındığı bir derste: “Negatif tam sayılar olmak zorunda mıydı?”
- Sıvı ölçülerinin işlendiği bir derste: “Sıvı ölçüleri aynı zamanda hacim ölçüleriyse, ayrı bir ölçü birimi olarak neden tanımlandılar?”, “Hacim ölçüleri 1000’er 1000’er artarken sıvı ölçüleri neden 10’ar 10’ar artıyor?”

Bu tür sorular, öğrencilerin *kavramsal derinlik kazanmalarına*, *kavramın sınırlarını fark etmelerine* ve *kavramı benzerlerinden ayırmalarına* katkı sağlar. Kavram veya genellemeler öğretildiğinde, başlangıçta doğası gereği *kırılgan bir yapı* taşırlar. Bu kırılganlık; kavramın var oluş gerekçesinin tam anlaşılabilmesi veya benzer kavramlarla karıştırılması riskiyle ilgilidir. Öğretimde bu aşamada yer verilecek birkaç kritik soru, söz konusu kırılganlığı gidermeye yardımcı olur; kavramın benzer yönlerini ve ayrıldığı noktaları netleştirerek bilginin daha sağlam bir biçimde yerleşmesini sağlar.

İkinci Odak

Geleneksel öğretimde bu aşamanın baskın uygulaması, ağırlıklı olarak alıştırmayı çözmekten ibarettir. ÇOM’da ise alıştırmaların yanı sıra; öğrenilen bilgi ve becerilerin kullanılmasını gerektiren *yaşamsal problemler, uygulama çalışmaları, MO soruları ve rutin olmayan problemler* bu odağın temel bileşenlerini oluşturur. İkinci odak kapsamında yürütülen bu tür çalışmalar, doğası gereği *muhakeme* ve *kanıt* yeterliğini gerektirir ve içerir. Bu özellikleri sayesinde odak, MY gelişimini doğrudan destekler. Bu çalışmaların ikinci odakta yer almasının temel gerekçesi de problem temelli öğrenmenin önemini vurgulayan literatürle uyumlu olmaları ve MO yeterliklerinin gelişimine güçlü bir katkı sağlamalarıdır.

Önerilen modelde ikinci odakta MO problemlerine ve yaşamsal uygulamalara yer verilmesi; bilginin beceriyle bütünleşmesini, buna bağlı olarak bilginin gerekliliğine yönelik inancın güçlenmesini ve bilginin içselleştirilmesini garanti altına alır. Öğrenilen bilginin yeni bilginin üretiminde kullanılabilmesi hem pekiştirmeyi sağlar hem de üst düzey düşünme süreçlerini destekler.

Çift odaklı ders tasarımında geleneksel öğretime kıyasla daha yoğun bir ön hazırlık gerektiren bu çalışmalar, öğrencilerin matematiksel dili ve araçları etkin şekilde kullanma yeterliklerinin (temsiller oluşturma, sembolik ve teknik dili kullanma, matematiksel iletişim ve matematiksel araç-gereçlerden yararlanma) süreç içinde doğal olarak gelişmesine olanak tanır. Ayrıca bu etkinlikler, öğrenilen bilginin günlük yaşamla bağlantısını görünür kıldığı için, öğrencilerin matematiğe ilişkin *değer duygusunu* artırır; böylece “Bunu niçin öğreniyoruz?” sorusu kendiliğinden anlamını yitirir.

Özetle ikinci odakta yer alan çalışmalar beş başlık altında toplanabilir:

a. Alıştırmalar ve sözel problemler

- b. MO soruları
- c. Bilginin yaşamsal uygulamaları
- d. Rutin olmayan problemler
- e. Öğretim üzerine aile ile iletişim

Alıştırmalar ve Sözel Problemler: Hemen her matematik konusu, özellikle işlem gerektiren bölümlerin ardından verilen alıştırmalara ihtiyaç duyar; çünkü bu çalışmalar, konuyla ilgili temel becerilerin gelişmesinde önemli bir yere sahiptir. Geleneksel öğretimde alıştırmalara geniş yer ayrılması da bu gerekliliğin bir sonucudur. ÇOM'da da alıştırmalar elbette yer alır; ancak bu alıştırmalar modelin kendine özgü bir uygulaması olmaktan ziyade, öğretimi destekleyen tamamlayıcı unsurlar olarak değerlendirilmelidir. Sözel problemler gerçeğin varsayılmış şekli üzerinden tasarlanan problemlerdir ve matematik öğretiminde problem çözme becerilerini geliştirme amacına ulaşmada temel yeterlikleri geliştirmeleri bakımından önemlidirler. Kolay hazırlanmaları bakımından ders için kullanışlı öğretim materyalleridir. Alıştırmalar ile sözel problemler zaman zaman karıştırılsa da, bu iki çalışma türü birbirinden farklıdır. Alıştırmalar, konuya ilişkin temel bilgilerin tekrar edilmesini ve işlem becerilerinin güçlendirilmesini amaçlayan; çözüm yolu çoğunlukla belli olan sorulardan oluşur. Oysa problemler, öğrencinin hangi işlemi veya yöntemi uygulayacağına kendisinin karar vermesini gerektirir. Bu yönüyle problem çözme, alıştırma yapmaktan daha üst düzey bir bilişsel süreç içerir. Bundan dolayı ÇOM'da alıştırmalara ek olarak sözel problemlere yer verilmesi önemsenir.

Matematik Okuryazarlığı Soruları: MO soruları, matematik bilgisinin günlük yaşam bağlamlarında kullanılmasını gerektiren sorulardır. MO soruları, ÇOM'un vazgeçilmez bir bileşenidir ve ikinci odakta mutlaka en az bir MO sorusuna — ya da uygun soru bulunamadığı durumlarda bir MO niteliğinde yaşamsal uygulamaya

— yer verilmesi gerekmektedir. MO soruları çoğu zaman yaşamsal uygulamalar veya rutin olmayan problemlerle karıştırılmaktadır; ancak MO sorularının kapsamı bunlarla sınırlı değildir. Bir MO sorusunun mutlaka “problem” formunda olması da gerekmez. Örneğin bir tabloyu, grafiği ya da bir planı inceleyerek ihtiyaç doğrultusunda anlam çıkarma süreci de MO kapsamında değerlendirilir. PISA soruları da yapılandırmacı kuramdan beslenen ve bağlam temelli yaklaşımın ağırlıkla hissedildiği yapıdadır (Güler ve Ülger, 2019). Çocuğunun yerleşmesini düşündüğü yurdun planını inceleyip “çalışma odaları yeterince ferah değil” sonucuna varan bireyin gerçekleştirdiği çıkarım bir okuryazarlık örneğidir. MO soruları hem gerçek yaşam durumlarına dayanabilir hem de yalnızca sözel olarak kurgulanmış olabilir; kimi zaman sıradan, kimi zaman ise sıra dışı problemlere benzeyebilir. Önemli olan, öğrencinin matematiği bir araç olarak kullanarak durumu yorumlaması, analiz etmesi ve bir sonuca ulaşmasıdır. Oran-orantı ya da yüzde konularında kullanılabilecek bir örnek MO sorusu (Altun, Ülger ve Bozkurt, 2021) aşağıda verilmiştir. Bölüm sonunda paylaşılan ilgili kaynaklar incelenerek fazlasıyla soru, etkinlik ve uygulama örneğine ulaşılabilir.

Ekmek Parası

Fırıncılar, maliyetlerin arttığını iddia ederek ekmek fiyatlarına zam yapılmasını istemektedirler. Belediye meclisi fırıncıların bu isteğini değerlendirmeye almış ve 1 liraya satılan 250 gramlık ekmeğin fiyatını artırmak yerine, gramajı düşürerek 220 gr ekmeğin 1 liraya satılmasına karar vermiştir.



Bu durumda firmaların ekmeklere yaptığı zam oranı yaklaşık ne kadardır?

Bilginin Yaşamsal Uygulamaları: Matematiksel bilgilerin önemli bir bölümü, insanın doğruyu bilme ve anlamaya yönelik doğal merakının bir sonucu olarak ortaya çıkmış; daha küçük bir bölümü ise günlük yaşamda karşılaşılan problemlere çözüm üretme

ihtiyacından doğmuştur. *Matematiğin ihtiyaç temelli gelişimine* en sık verilen örneklerden biri Nil Nehri kıyılarında ortaya çıkan ölçme çalışmalarıdır. Nil'in belirli dönemlerde taşması nedeniyle ekili alanlar sular altında kalmakta, su çekildiğinde ise çiftçilerin kendi arazilerini yeniden belirlemeleri gerekmektedir. Bu zorunluluk, ölçme becerilerinin ve düzlemsel şekillerin çevre–alan hesaplarına ilişkin yöntemlerin geliştirilmesine de zemin hazırlamıştır.

Buna karşılık, *merak ve bilme isteğiyle ortaya çıkan matematiksel bilgilere* de pek çok örnek verilebilir. Örneğin “Asal sayılar sonsuz mudur?” sorusu, cevabının günlük yaşamda bir karşılığı olmasa bile matematiksel düşüncenin gelişiminde temel bir yere sahiptir. Geleneksel olarak “pür matematik” olarak adlandırılan bu bilgi türü, kullanımı amaçlanmadan ortaya konmuş olsa da günümüzde iletişim teknolojilerinden hava olaylarının modellenmesine kadar çeşitli alanlarda artan bir biçimde kullanılmaktadır. Örneğin baz istasyonlarının oluşturduğu manyetik alanlar ya da yağmur bulutlarının davranışları belirli matematiksel modellerle ifade edilebilmektedir.

Matematik uygulamaları ise mevcut matematiksel bilgilerin bir amaç doğrultusunda kullanılması anlamına gelir ve bu uygulamalar kimi zaman yaşamsal, kimi zaman öğretimi pekiştirme amaçlı olabilir. Yaşamsal uygulamalar kimi zaman MO soruları ile karıştırılmaktadır; ancak bu karışıklık öğretim sürecine zarar vermez, zira her ikisi de ÇOM'un ikinci odağında yer almaktadır. Yine de aralarında temel bir ayrım vardır: MO soruları mutlaka bir soru formunda iken yaşamsal uygulamalar bir soru cümlesi şeklinde olabileceği gibi düz metin olarak da sunulabilir. Yaşamsal uygulamalara yer verilmesi, öğrencilerin matematiğin gerçek hayattaki karşılığını görmelerine katkı sağlar. Bu da öğrenilen bilginin değerli bulunmasına ve “Neden öğreniyoruz?” sorusunun doğal biçimde ortadan kalkmasına yardımcı olur.

Rutin Olmayan (Sıra Dışı) Problemler: Rutin ve rutin olmayan problemler, bazı yönleriyle birbirinden ayrılmaktadır. Problem denildiğinde çoğu zaman matematik ders kitaplarından edinilen alışılmış bir anlayışla, konu sonlarında yer alan ve dört işlem becerilerine dayanan problemler akla gelmektedir (Heddens ve Speer, 1997). Örneğin, “Bir sınıftaki 36 öğrenci; sıralara 2’şer 2’şer oturursa 10 öğrenci ayakta kalıyor, 3’er 3’er oturursa 1 sıra boş kalıyor. Bu sınıfta kaç öğrenci var?” türündeki sorular buna örnektir. Oysa en geniş anlamıyla problem, “Belirli açık sorular içeren, bireyin ilgisini çeken ve bu soruları çözmek için gerekli algoritma ve yöntemle bireyin henüz sahip olmadığı durum” olarak tanımlanmaktadır (Bloom ve Niss, 1991). Dolayısıyla problem kavramı, ders kitaplarında yer alan örneklerin ötesinde daha geniş bir içeriğe sahiptir ve mutlaka matematikle sınırlı olmak zorunda değildir.

Problemler rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) şeklinde sınıflandırılabilir. Rutin problemler, günlük yaşamda sık karşılaşılan kar-zarar hesabı, yol-zaman ilişkisi gibi temel işlem becerilerini gerektiren durumlardır. Buna karşılık, “Bir pasta 10 çubuk ile en çok kaç parçaya ayrılabilir?” örneğinde olduğu gibi bazı problemler rutin olmayan, yani sıra dışı problemlerdir. Bir problemin sıradan mı yoksa sıra dışı mı olduğuna ilişkin kesin bir sınır bulunmamaktadır; bu durum bireyin bilgi birikimi ve ilgi alanlarına göre değişiklik gösterebilir.

Sıra dışı problemlerin çözümü, sıradan problemlerde kullanılan alışılmış yöntemlerin ötesine geçmeyi gerektirebilir; kritik düşünme, farklı temsil biçimlerini bir araya getirme ve düşüncenin yeniden organize edilmesi (Altun, 2021) gibi daha üst düzey beceriler talep edebilir. Bu özellikleri nedeniyle özellikle “problem çözme için strateji üretme” ile “muhakeme ve argümantasyon” yeterliklerinin gelişimi için değerli fırsatlar sunar. Bu nedenle sıra dışı problemler, ÇOM’da önemli bir yer tutar.

Bununla birlikte her derste rutin olmayan bir problem bulunması mümkün olmayabilir; bu nedenle ÇOM’da her dersin mutlaka bir sıra dışı problem içermesi beklenmez. Öğretim sürecine dâhil edilen sıra dışı problemlerin çoğunlukla işlenen konu ile ilişkili olması tercih edilir. Ancak yalnızca yeterliklerin geliştirilmesini amaçlayan derslerde konu ile ilişki kurulması zorunlu değildir.

Öğretim Üzerine Ailelerle İletişim: Ailelerle iletişim, ikinci odağın zorunlu bir bileşeni değildir; çünkü her aile bu tür bir etkileşime açık olmayabilir. Bununla birlikte aileyle kurulan iletişim çoğunlukla rutin olmayan problemler, yaşamsal uygulamalar ve MO soruları üzerinden doğal biçimde gelişmektedir. Birkaç aile ile dahi kurulan bu etkileşim, toplumun okulu, matematik dersini ve öğretim faaliyetlerini sahiplenmesine katkı sağlar. Öğrencilere “Bu soruyu ailenize veya tanıdıklarınıza sorun; bakalım onlar ne diyecek?” şeklinde verilecek küçük bir ödevlendirme bile yeterli olabilir. Bu tür bir ilişki yalnızca öğretim sürecinin sahiplenilmesine değil, aynı zamanda toplumun eğitilmesine de hizmet eder. Örneğin, düzlemde hareketler konusunun işlendiği bir derste “öteleme” kavramının tanıtılması sırasında yapılan “kaldırım taşı tasarlama” etkinliği, birçok velinin ilgisini çekecektir. Benzer şekilde yüzde konusu işlenirken, benzin fiyatları, ekmek fiyatları, yaşanan yerdeki ulaşım ile ilgili konuları ya da indirimleri konu alan MO soruları ailenin ilgisini çekebilir. Örnek MO sorusu (Altun, Ülger ve Bozkurt, 2021) şöyle olabilir:

Raylı Taşıma

Bir belediye yönetimi raylı taşıma hattını son duraktan yeni bir yerleşim birimine uzatmak için, raylı taşımayı kullanacak olan yolcu sayısının, toplam taşınan yolcu sayısının %20'si civarında olmasını şart koşuyor. Bu amaçla son durakta inen yolcularla yapılan görüşmelerden 9600 yolcudan 1490'ı yeni yerleşim birimine gitmek üzere raylı sistemi kullanacağını belirtiyor.



Bu bilgi raylı sistemin yapılmasına karar vermek için yeterli midir? Görüşünüzü açıklayınız.

Çift Odaklı Öğretim Modelinin Değerlendirilmesi

ÇOM, matematik öğretiminde uzun süredir var olan tek odaklı (kavram kazandırmaya yönelik) yaklaşımların ötesine geçerek, öğretimi iki kritik boyutta yapılandırmasıyla dikkat çekmektedir. Bu model, yapılandırmacı öğrenme kuramı ve GME yaklaşımının temel ilkelerini bütüncül bir biçimde harmanlayarak, öğretimi hem kavramsal öğrenme hem de MY'nin işlevsel gelişimi etrafında şekillendirmektedir. ÇOM'un yeniliği, matematik öğretiminde genellikle geri planda kalan ikinci bir odak alanı – öğrenilen bilginin kırılganlığının giderilmesi, işlevselliğinin artırılması, MO ve MY desteklenmesi – üzerine sistematik bir yapı sunmasıdır. Bu odak, yalnızca geleneksel anlamda alıştırma ve pekiştirme sürecini değil, aynı zamanda bağlamsal MO soruları, yaşamsal uygulamalar ve rutin olmayan problemlere dayalı etkinliklerle öğrencinin düşünsel esnekliğini, problem çözme becerilerini ve matematiksel düşünme yeterliklerini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Blomhøj & Jensen (2007), rutin olmayan problemlerin öğrencilerin MY'lerini artırmada daha etkili olduğunu vurgulamıştır. Odaklarda süreç, hem ardışık hem de bütüncül bir yapıda ele alınmakta ve öğretim süreci boyunca öğrencilerin MY gelişimi izlenmektedir.

ÇOM, klasik 5E modeli gibi yaygın öğretim modellerinin bazı aşamalarını yeniden yapılandırarak ve anlam alanlarını

genişleterek yenilikçi bir kurgu sunar. Özellikle 5E modelinin "keşfetme" ve "derinleştirme" aşamaları, OM'un iki odağında yeniden işlevselleştirilmiştir. İlk odakta "kavram ve genelleme oluşturma"ya odaklanan OM, ğrenciyi yapılandırmacı ilkeler doğrultusunda probleme dayalı başlangıçlarla öğrenme sürecine çeker. Bu başlangıçlar, GME'nin "yeniden keşif" ilkesiyle örtüşerek öğrencinin kavramlara kendi zihinsel süreçleriyle ulaşmasını sağlar.

İkinci odak ise modelin en yenilikçi boyutunu temsil eder. Öğrencinin kavramsal bilgiyi gerçek yaşam bağlımlarına taşıyabilmesi, farklı problem çözme yollarını deneyimlemesi ve rutin olmayan problemler yoluyla bilişsel esneklik kazanması bu aşamada mümkün hale gelmektedir. Burada MO sorularının merkezde konumlandırılması, son yıllarda matematik eğitimi literatüründe sıklıkla vurgulanan "matematik okuryazarlığı" ve "işlevsel bilgi" ihtiyaçlarına doğrudan bir yanıt niteliğindedir. Niss (2003) yaşamsal uygulamaların, öğrencinin matematiği anlamlı ve gerekli bir bilgi alanı olarak görmesini sağladığını ifade eder. OM bu anlayışı doğrudan modelin tasarımına yansıtarak geleneksel eğitimde sıklıkla göz ardı edilen "yaşama yansıtma" ilkesini aktif hale getirir.

Epstein (2001)'e göre veli katılımı, öğrencilerin akademik başarısında önemli bir rol oynar. OM, ğretim sürecine veli katılımını entegre eden az sayıdaki modelden biridir. Model, özellikle yaşamsal uygulamalar ve rutin olmayan problemler aracılığıyla veliyle iletişim kurulmasını teşvik eder. Bu yönüyle OM, yalnızca ğrenci merkezli bir ğretim modeli olmakla kalmayıp, veli-ğrenci-ğretmen etkileşimini de göz önünde bulundurur. Matematik eğitiminin aile ile paylaşılabilir yönlerini öne çıkararak okul-aile iş birliğini matematiksel bağlamda anlamlı hale getirir.

ÇOM, öğretimi MY gelişimi etrafında şekillendirdiği için, 21. yy müfredatlarının temelini oluşturan yeterli temelli yaklaşımlarla doğrudan örtüşmektedir. OECD (2018) ve Avrupa Komisyonu (2006) tarafından da vurgulanan bu anlayışta, *bilgi yalnızca edinilecek bir şey değil; aynı zamanda kullanılabilir bir beceriye dönüşmesi gereken bir araçtır*. ÇOM’un ikinci odağında yer verilen yaşamsal uygulamalar, MO soruları ve rutin olmayan problemler, bu dönüşümün sınıf içinde gerçekleşmesini sağlayan yapı taşlarıdır.

Günümüzde birçok eğitim politikası, öğretmenin yalnızca bilgi aktarıcısı değil; öğrenciyi öğrenme sürecinin aktif katılımcısı yapan bir rehber olmasını hedeflemektedir (Fullan, 2007). ÇOM, bu rol dönüşümünü destekleyen bir modeldir ve “*az konuşan öğretmen*” karakterini ortaya koymuştur. Özellikle yapılandırmacı öğrenme ve GME ilkelerinden beslenmesi, öğretmeni, sınıf içinde öğrenmeyi yönlendiren bir tasarımcı konumuna taşır. Ayrıca, ÇOM’da öğrenciler arası tartışmalara ve düşünce üretimine verilen önem, öğrenci merkezli pedagojik dönüşüm talepleriyle tutarlıdır (Darling-Hammond vd, 2020).

ÇOM’un ikinci odağı, matematiğin sadece akademik bir alan olmadığını; bireyin sosyal yaşamında ve karar alma süreçlerinde etkin biçimde yer alması gerektiğini vurgular. Bu yönüyle model, eğitimde kapsayıcılık, toplumsal katılım ve yaşam becerileri gibi kavramları önceleyen eğitim politikalarıyla örtüşür. Bu anlayış, özellikle Birleşmiş Milletler Sürdürülebilir Kalkınma Hedefleri (SDG-4: Nitelikli Eğitim) ve UNESCO’nun (2015) 21. yy becerileri çerçevesi ile doğrudan ilişkilidir. ÇOM, öğrencilerin yalnızca sınav başarısına değil, toplumsal sorunlara çözüm üretme yeterliğine de sahip bireyler olarak yetişmesini hedeflemektedir.

Sonuç olarak, ÇOM, matematik öğretimini sadece kavram öğretimiyle sınırlamayıp, kavramların düşünsel derinliğini ve

yaşamsal geçerliğini de sistematik biçimde öğretim sürecine dahil eden özgün ve bütüncül bir modeldir. Öğrencilerin yalnızca bilgiyi edinmelerini değil, bu bilgiyi anlamlı bağlamlarda kullanmalarını hedefleyen ÇOM; hem kuramsal altyapısı hem de uygulama potansiyeliyle matematik eğitimi literatürüne yenilikçi bir katkı sunmaktadır. Bununla birlikte öğrenci başarısını ve sınıf içi öğrenci katılımını artırdığı da daha önce yapılan çalışmalarla ortaya konmuştur. Öğretmenlerin ÇOM'a uygun ders yapısını benimsediği, başarı ile kullandığı, öğrenciler ile etkili iletişim kurduğu görülmüştür. Bu konulara ilişkin detaylı bilgi modele ilişkin aşağıda listelenen yayınlarda görülebilir.

Çift Odaklı Öğretim Modeli Yayınları ve İlgili Sayfalar

Youtube

Kanalı:

<https://www.youtube.com/@CiftOdakliOgretimModeli>

Instagram

Sayfası:

<https://www.instagram.com/profdrmurataltun?igsh=Z2l1Z21wbzdsc3Br>

Altun, M., Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I., Akkaya, R., Arslan, Ç., Demir, F., Karaduman, B., & Özaydın, Z., (2022). Çift Odaklı Öğretim Modeli ile Matematik Okuryazarlığı Düzeyinin Artırılması. Bursa: Star Ajans.

Altun, M., Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I., Akkaya, R., Arslan, Ç., Demir, F., Özaydın, Z., Karaduman, B., & Şahin, B. B. (2021). A New Model In Teaching Mathematics: A Dual Focus Teaching Model. 3rd International Conference on Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education.

Altun, M., Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I., Akkaya, R., Arslan, Ç., Demir, F., Karaduman, B., & Özaydın, Z., (2022). Matematik Okuryazarlığının Okul Matematiği İle Entegrasyonu. *Journal of Uludag University Faculty of Education*, 35(1), 126-149. <https://doi.org/10.19171/uefad.1035381>

Altun, M., Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I. (2021). *Yeni Nesil Matematik Soruları ve Öğretim Uygulamaları efemat 7*. Bursa: Dora Yayıncılık.

Arslan, C., Altun, M., Kozakli-Ulger, T., Bozkurt, I., Akkaya, R., Demir, F., ... & Karaduman, B. (2020, July). A new model design to improve mathematical literacy: a dual focus teaching model. In *International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-4).

Bulat, M. (2023). *Yedinci Sınıfta Çift Odaklı Öğretim Modeli İle Yapılan Matematik Okuryazarlığı Öğretiminin*

Değerlendirilmesi (Master's thesis, Bursa Kocaeli University (Turkey)).

Çiçek, Ş. (2024). Çift odaklı öğretim modelinin 7. sınıf öğrencilerinin geometri başarısına etkisi. (Master's thesis, Bursa Uludag University (Turkey)).

Karaduman, B. (2023). *Çift Odaklı Öğretim Modelinin Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlık Yeterlik Düzeyleri Üzerine Etkisinin İncelenmesi* (Doctoral dissertation, Bursa Uludag University (Turkey)).

Karataş, R. E. (2022). *Çift odaklı öğretim modelinin 5. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı becerilerine etkisinin incelenmesi* (Master's thesis, Bursa Uludag University (Turkey)).

Seven, Y. (2022). Sekizinci sınıf cebir öğrenme alanında çift odaklı öğretim modeliyle uygulanan matematik okuryazarlığı öğretiminin değerlendirilmesi. (Master's thesis, Bursa Uludag University (Turkey)).

Terkan, A. E. (2024). *Öğrencilerin beceri temelli sorulardaki başarısında çift odaklı öğretim modelinin etkisi* (Master's thesis, Balıkesir University (Turkey)).

Kaynakça

Altun, M. (2021). *Ortaokul Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Akademi.

Altun, M., Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I. (2021). *Yeni Nesil Matematik Soruları ve Öğretim Uygulamaları efemat 7*. Bursa: Dora Yayıncılık

Biber, A. Ç., & Tuna, A. (2015). Matematik öğretmenlerinin 5e öğretim modeline yönelik görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 175-196.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies and how does it relate to modelling? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(3), 325–336. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0033-6>

Bloom, B., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Brown, B., & Schäfer, M. (2006). Teacher education for mathematical literacy: A modelling approach. *Pythagoras*, (64), 45-51.

Botha, H., Maree, J., & Stols, G. (2013). Mathematical Literacy teachers: Can anyone be one?. *Perspectives in Education*, 31(4), 180-194.

Chen, Z., & Klahr, D. (1999). All other things being equal: Children's acquisition of the 4 control of variables strategy. *Child Development*, 70, 1098–1120.

Darling-Hammond, L., Flook, L., Cook-Harvey, C., Barron, B., & Osher, D. (2020). *Implications for educational practice of the science of learning and development*. Applied Developmental

Science, 24(2), 97–140.
<https://doi.org/10.1080/10888691.2018.1537791>

De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction. *Applied Psychology*, 2(53), 279–310.

Ellerton, N. F. 2013. Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101.

Epstein, J. L. (2001). *School, family, and community partnerships: Preparing educators and improving schools*. Westview Press.

European Commission. (2006). *Recommendation of the European Parliament and of the Council on key competences for lifelong learning*.

Firdaus, F. M., Wahyudin, & Herman, T. (2017). Improving primary students' mathematical literacy through problem based learning and direct instruction. *Educational Research and Reviews*, 12(4), 212-219.

Fullan, M. (2007). *The new meaning of educational change* (4th ed.). Teachers College Press.

Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1), 163-179.

Güler, H. K., & Ülger, B. B. (2019). PISA, TIMSS ve TEOG sınavlarının temel aldığı öğrenme kuramları. *PISA ve TIMSS mantığını ve sorularını anlama* (2. baskı, ss. 111-153) Pegem Akademi.

Heddens, J. W., & Spear, W. R. (1997). *Today's mathematics*. New Jersey, NJ: Prentice Hall.

Kadırhan, D., & Tanrıseven, I. (2024). Ortaokul 8. sınıf matematik ders kitabı ve LGS'de yer alan üslü ifadelerle ilgili soruların yenilenmiş Bloom taksonomisine göre incelenmesi. *Atlas Journal*, 10(54), 52-61.

Kaiser, G., & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 48-60.

Kenealy, K. R. (2013). *The Effects of the 5E Learning Cycle on Understanding High School Biology*. Montana: Montana State University.

Khaerunisak, K., Kartono, K., Hidayah, I., & Fahmi, A. Y. (2017). The analysis of diagnostic assessment result in PISA mathematical literacy based on students self-efficacy in RME learning. *Infinity Journal*, 6(1), 77-94.

Kirschner, P.A., Sweller, J.C. & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: an analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experimental, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41 (7) 75-86.

Lutzer, C. V. (2005). Fostering mathematical literacy. *Primus*, 15(1), 1-6.

McCrone, S.S., Dossey, J.A. (2007). Mathematical literacy - it's become fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32-37.

McHenry, N., & Borger, L. (2013). How can teacher-directed Professional development lead to the identification, utilization, reflection on, and revision of 5E learning progressions? *Electronic Journal of Science Education*, 17(1).

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *Proceedings of the Third Mediterranean Conference on Mathematics Education*, Athens, Greece.

Niss, M. (2016). Mathematics standards and curricula under the influence of digital affordances. Digital curricula in school mathematics, 239.

OECD. (2018). *The future of education and skills: Education 2030*. OECD Publishing.

Sari, F. A., Yandari, I. A. V., & Fakhruddin. (2017). The application of problem based learning model to improve mathematical literacy skill and the independent learning of student. *In Journal of Physics: Conference Series*, 812(1), 12-13). IOP Publishing.

Tartan, Y. Ş., & Erşen, Z. B. (2024). Ortaokul matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin matematiksel ilişkilendirme becerisi açısından incelenmesi. *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 34(2), 677-689.

UNESCO. (2015). *Education 2030: Incheon Declaration and Framework for Action for the implementation of Sustainable Development Goal 4*.

Withee, T., & Lindell, R. (2006). *Different views on inquiry: A survey of science and mathematics methods instructors*. In AIP Conference Proceedings (Vol. 818, No. 1, pp. 125-128). American Institute of Physics.

ÖĞRENCİLERİN ARAÇLARI EĞİTİMSEL YARDIM ARAMA AMAÇLI KULLANIMLARI: TERCİHLER, MOTİVASYONLAR VE PEDAGOJİK YANSIMALAR

TUĞÇE KOZAKLI ÜLGER⁴

Giriş

Dijitalleşme, öğrencilerin öğrenme sürecinde karşılaştıkları bilişsel engelleri aşmak için başvurdukları yardım kaynaklarını köklü biçimde dönüştürmüştür. Özellikle video tabanlı platformlar (YouTube) ve son yıllarda yükselen üretken yapay zekâ (GenAI) araçları, öğrencilerin yalnızca bilgiye erişim biçimlerini değil, yardım arama davranışlarının doğasını da yeniden şekillendirmektedir. Matematik gibi yüksek bilişsel yük içeren alanlarda bu dönüşüm daha görünürdür; çünkü öğrenciler kavramsal anlama, örnek çözüm, prosedürel doğrulama ve görev tamamlama gibi farklı amaçlarla çevrimiçi kaynaklara yönelmektedir (Aguilar & Puga, 2020).

Bu bölümün amacı, öğrencilerin YouTube ve GenAI araçlarını eğitimsel yardım arama kaynağı olarak kullanma

⁴ Doç. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Orcid: 0000-0001-8413-8290

durumlarını, kullanım tercihlerini ve kullanım motivasyonlarını yardım arama (help-seeking) literatürü ekseninde bütüncül biçimde tartışmaktır. Bölüm, özellikle matematiksel yardım arama çalışmalarından (Aguilar & Puga, 2020; Puga & Aguilar, 2015; Puga, 2013, 2018) hareketle YouTube’un öğrenme ekolojisindeki yerini derinleştirecek; ardından farklı disiplinlerden bulguları (Alhrahshah ve arkadaşları, 2024; Baydaş Önlü ve arkadaşları, 2025; Maziriri ve arkadaşları, 2020) ve GenAI’ye ilişkin güncel toplumsal algı verilerini (So ve arkadaşları, 2024) aynı çerçeveye bağlayacaktır.

Kuramsal Zemin: Yardım Arama Kavramının Dijital Genişlemesi

Klasik yardım arama (help-seeking) yaklaşımı, öğrencinin bir öğrenme zorluğunu aşmak için daha yetkin bir kişiden destek istemesini içeren düzenleyici bir öğrenme stratejisi olarak ele alınır. Ancak internetin yaygınlaşmasıyla birlikte bu tanım, insan kaynaklarının yanı sıra insan-olmayan (non-human) dijital kaynakları da kapsayacak biçimde genişlemiştir. Aguilar ve Puga (2020), matematiksel yardım aramayı öğrencinin karşılaştığı bilişsel engeli aşmak amacıyla başka bir insan ya da insan-olmayan bir kaynaktan yardım talep etmeye dönük her türlü etkinlik olarak tanımlar. Bu yaklaşım, YouTube videoları ya da GenAI sohbet-botlarının da yardım arama ekosisteminin meşru unsurları olduğunu teorik olarak temellendirir. Bu geniş çerçevede, yardım arama davranışı işlevsel olarak iki uç arasında konumlanabilir:

- Araçsal (instrumental) yardım arama: Öğrencinin açıklama, ipucu ya da kavramsal destekle öğrenmeyi sürdürmeyi hedeflemesi.
- Yürütücü/sonuç odaklı (executive) yardım arama: Görevi hızlıca tamamlamaya dönük, çözümü “hazır alma” eğilimi.

Aguilar ve Puga (2020) bu iki türün dijital ortamlarda da gözlenebileceğini vurgular. Puga ve Aguilar'ın (2015) internet tabanlı matematiksel yardım arama tanımı, özellikle mühendislik öğrencilerinin bağımsız çalışma süreçlerinde Google, YouTube, Facebook gibi kaynakları akademik amaçlarla nasıl kullandığını analiz ederek bu genişlemiş kuramsal zemini somutlaştırır.

Dijital Yardım Arama Ekosistemi: Kaynaklar ve İşlevler

Öğrencilerin dijital yardım arama pratikleri, tek platforma indirgenemeyecek kadar çok katmanlıdır. Aguilar ve Puga (2020), internet kaynaklarının matematiksel yardım arama amacıyla kullanımında YouTube, Google ve Facebook'un öne çıktığını belirtir. Bu üçlü, öğrencilerin hem hızlı çözüm arayışlarını hem de kavramsal açıklama ihtiyaçlarını karşılayabilen bir “karma yardım alanı” oluşturur. Bu bulgular ışığında dijital yardım arama kaynaklarını işlevsel olarak Tablo 1'deki gibi sınıflamak mümkündür.

Tablo 1. Dijital matematiksel yardım aramada kaynak-işlev eşleştirmesi

Kaynak türü	Örnek platform	Tipik işlev	Kaynak arama riski/avantajı
Arama motorları	Google	Hızlı tanım, örnek, formül bulma	Avantaj: erişim hızı; Risk: bağlamdan kopuk bilgi
Video tabanlı platformlar	YouTube	Adım adım çözüm, görsel açıklama	Avantaj: süreç görünürlüğü; Risk: pasif taklit
Sosyal ağlar/Topluluklar	Facebook vb.	Akran doğrulaması, kısa yanıt	Avantaj: sosyal destek; Risk: yanlış bilginin dolaşımı
Üretken AI	ChatGPT vb.	Açıklama üretme, alternatif çözüm yolları	Avantaj: kişiselleştirme; Risk: doğruluk ve etik sorunlar

Bu tablo, Puga ve Aguilar’ın (2015) internetin “herhangi bir biçimde okula özgü içerik için kullanıldığı” geniş çerçevesi ve Aguilar ve Puga’nın (2020) insan/insan-olmayan kaynak ayrımıyla uyumlu bir sentez önerisidir.

Matematikte internet tabanlı yardım arama literatürü, özellikle Puga ve Aguilar çizgisinde gelişen çalışmalarla birlikte, öğrencilerin dijital kaynakları nasıl seçtiklerini, hangi amaçlarla kullandıklarını ve bu kaynakları problem çözme süreçlerine nasıl eklemlediklerini görünür kılan bir araştırma alanı hâline gelmiştir. Puga’nın yüksek lisans çalışması, bağımsız matematik çalışma dersinde öğrencilerin internet üzerinden yardım arama pratiklerini ayrıntılandırarak bu alanın erken dönem temellerini ortaya koymaktadır. Bu çalışmada 15 öğrencinin internet kaynaklarını 74 kez kullandıkları ve bu kullanımın önemli bir kısmının doğrudan çözüme erişim veya prosedürel doğrulama amacı taşıdığı rapor edilmiştir (Puga, 2013). Bu bulgu, dijital yardım aramanın yalnızca destekleyici bir öğrenme stratejisi değil, aynı zamanda öğrencilerin çözüm sürecini hızlandırmaya veya doğrulamaya dönük işlevsel bir araç olarak da konumlanabildiğini göstermesi bakımından önemlidir.

Bu erken bulguları genişleten Puga (2018), lisans düzeyi matematik dersinde internet kaynaklarının otonom kullanımını inceleyerek yardım aramanın yalnızca “eksikliği giderme” değil, aynı zamanda “strateji geliştirme” boyutuyla da ele alınması gerektiğine işaret eder. Böylece dijital kaynak kullanımının öğrenci özerkliğiyle birlikte değerlendirilmesi gerektiği fikri güçlenmektedir. Bu perspektif, öğrencilerin çevrimiçi yardım arama eylemlerini tekil bir davranış olarak değil, kendi öğrenmelerini düzenlemeye dönük daha geniş bir öğrenme planının parçası olarak kurguladıklarını düşündürmektedir.

Aguilar ve Puga'nın (2020) ZDM çalışması ise bu çizgiyi sistematikleştiren temel referanslardan biri olarak öne çıkar. 175 mühendislik lisans öğrencisi ile yürütülen karma desenli araştırma, matematiksel yardım arama eylemini insan ve insan-olmayan kaynakları kapsayan geniş bir tanım çerçevesinde ele alır ve YouTube'un Google ve Facebook ile birlikte en çok kullanılan üç kaynak arasında yer aldığını raporlar (Aguilar & Puga, 2020). Bu yönüyle ilgili çalışmalar, YouTube'u "yalnızca video izleme" pratiği olmaktan çıkarıp, matematiksel yardım arama davranışının çekirdek bileşenlerinden biri olarak konumlandırmaktadır. Diğer bir deyişle YouTube, öğrencinin yalnızca bir içerik tükettiği bir platform değil, matematiksel belirsizliği gidermek, prosedürü öğrenmek ve çözümü doğrulamak için sıklıkla başvurduğu stratejik bir yardım alanı hâline gelmiştir.

YouTube'un bu özgül rolünü daha mikro düzeyde görünür kılan çalışmalardan biri de Puga ve Aguilar'ın (2021) julioprofe odaklı araştırmasıdır. Üniversite öğrencileri, bir YouTube kanalına güvenme gerekçelerini iyi açıklama, kolay anlaşılır dil ve doğru matematiksel içerik gibi ölçütlerle temellendirmiştir (Puga & Aguilar, 2021). Bununla birlikte daha kritik bir bulgu, öğrencilerin "en iyi video" seçimini yaparken videonun matematiksel içeriğinden çok yorumlar, beğeniler ve izlenme sayısı gibi topluluk sinyallerine dayanabilmesidir. Bu durum YouTube-tabanlı yardım aramada iki yönlü bir dinamiğe işaret eder: Topluluk geri bildirimi öğrencilerin içerik bolluğunda yön bulmasını kolaylaştırırken, popülerlik göstergelerinin her zaman pedagojik doğruluk ve kavramsal derinlikle örtüşmeyebileceği riski de ortaya çıkar. Bu nedenle söz konusu bulgu, yardım aramanın yürütücü (executive) ucuna kayma olasılığını açıklayan önemli bir gösterge olarak yorumlanabilir; çünkü popüler videolar öğrenciyi hızlı çözüme yönlendirebilir (Aguilar & Puga, 2020).

Matematik bağlamının ötesinden gelen araştırmalar da YouTube kullanım motivasyonlarını daha geniş bir çerçevede anlamayı mümkün kılmaktadır. Maziriri ve arkadaşları (2020), 377 üniversite öğrencisiyle yürüttükleri çalışmada YouTube’un eğitimsel araç olarak benimsenmesinde algılanan yararlılığın algılanan kullanım kolaylığından daha güçlü bir etkisi olduğunu ve kullanım niyeti ile fiili benimseme arasında güçlü bir ilişki bulunduğunu rapor etmektedir. Bu bulgu, YouTube’un yardım arama bağlamında seçilmesinde “işe yarama” algısının belirleyici bir motivasyon olabileceğini düşündürür (Maziriri ve arkadaşları, 2020). Benzer biçimde Alhrahshah ve arkadaşları (2024), YouTube’un öğrenme motivasyonu ile ilişkisini tartışarak eğitimcilerin öğrencileri pasif tüketim yerine eleştirel ve işbirlikçi etkileşime yönlendirmesi gerektiğini vurgular. Bu öneri, YouTube’un yardım arama kalitesini artıracak pedagojik düzenlemelere duyulan ihtiyacı doğrudan görünür kılan bir çağrı olarak değerlendirilebilir.

Öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmalar da bu ekosistemi farklı bir katmandan desteklemektedir. Baydaş Önlü ve arkadaşları (2025), 253 öğretmen adayıyla gerçekleştirdikleri çalışmada YouTube’da video seçimini yöneten baskın motivasyonun “bilgi arama” olduğunu ve katılımcıların çoğunlukla içerik tüketme ve yorum okuma gibi görece pasif etkileşim biçimlerine yöneldiğini göstermektedir. Bu profil, öğrencilerde de benzer bir “bilgi arama + pasif izleme” örüntüsünün bulunabileceğine dair dolaylı bir kanıt sunar. Ayrıca video uzunluğu ve içerik tasarımı gibi değişkenlerin yardım arama davranışını biçimlendirebileceğine ilişkin çıkarımlar, dijital yardım aramanın yalnızca “platform tercihi” değil, aynı zamanda “içerik tasarımı ve etkileşim kalitesi” ile de ilişkili olduğunu düşündürür (Baydaş Önlü ve arkadaşları, 2025).

Son olarak, dijital yardım arama ekosisteminin yakın dönemde üretken yapay zekâ ile yeni bir genişleme yaşadığı görülmektedir. YouTube, bu bağlamda yalnızca mevcut

matematiksel bilginin tüketildiği bir platform değil, aynı zamanda yeni teknolojilerin eğitimdeki rolüne dair toplumsal söylemin üretildiği bir kamusal alan hâline gelmiştir. So ve arkadaşları (2024), Güney Kore’de YouTube haber klipleri altındaki 18.566 yorum üzerinde gerçekleştirdikleri duygu analizi ve konu modellemesiyle GenAI ve eğitime ilişkin algıların çoğunlukla nötr bir tonda seyrettiğini; kamuoyunun tam kabul veya tam reddetme yerine GenAI’nin etkilerini daha nüanslı değerlendirdiğini rapor etmektedir. Ayrıca belirlenen 11 konu arasında öğrenme ve ölçme-değerlendirme yöntemlerinde değişim talepleri ile yükseköğretimde GenAI kullanımı doğrudan eğitimsel etki başlıkları olarak öne çıkmaktadır (So ve arkadaşları, 2024). Bu bulgular, GenAI’nin öğrencilerin yardım arama repertuarına girmesinin yalnızca bireysel tercihlerle açıklanamayacağını, toplumsal tartışma ikliminin de bu geçişi etkileyebileceğini düşündürmektedir.

Bu bütüncül çerçevede YouTube’un iki katmanlı bir rol üstlendiği söylenebilir: Bir yandan matematik videosu izleme ve örnek çözüm gibi doğrudan öğrenme ihtiyaçlarına yanıt veren bir yardım arama aracı olarak işlev görürken, diğer yandan GenAI’nin eğitimdeki rolüne dair algıların şekillendiği bir söylem alanı üretmektedir. Dolayısıyla YouTube’un matematikte dijital yardım arama bağlamındaki yeri hem güncel öğrenme pratiklerini hem de yeni teknolojilerin eğitimdeki konumuna ilişkin geleceğe dönük beklentileri birlikte okuma olanağı sunmaktadır. Bu iki katmanın kesişimi, gelecekte “YouTube + GenAI” hibrit öğrenme ve yardım arama pratiklerinin artabileceğine işaret eden önemli bir zemin oluşturur (So ve arkadaşları, 2024).

Örnek bir uygulama: Üniversite ve ortaokul öğrencilerinin yardım arama tercihleri ve kaynak sıralamaları

Bu bölümde, 27 üniversite ve 21 ortaokul öğrencisinin daha önce hiç çözmedikleri ve zorluk düzeyi çok yüksek olarak

tanımlanan bir matematik problemi bağlamında yardım arama tercihleri, başvuru sıraları ve kaynaklar arası geçiş stratejileri karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bulgular, iki grup arasında dijital araçlara yönelme düzeyi, sosyal yardım kaynaklarının önceliği ve basılı kaynakların konumlanışı açısından dikkat çekici farklılaşmalar bulunduğunu göstermektedir. Buna göre yardım aramak için hangi sırayla hangi kaynaklara başvuracaklarını belirlemek ve mümkün oldukça fazla seçenek düşünmelerini sağlamak için spesifik bir problem üzerinden gidilmemiştir. Bunun yerine “daha önce hiç çözmediğiniz, zorluk düzeyi çok yüksek olan bir problem” ifadesi ile tanımlanmıştır. Öğrencilerden ödev olarak verilen bu problemi çözmek için başvuracakları kaynakların sıralamalarını yazmaları, başvurdukları kaynaktan çözüme ulaşamadıkça hangi kaynaklara geçiş yaptıklarını ifade etmeleri istenmiştir. Bu yaklaşım, öğrencilerin yardım arama repertuarlarını daha geniş yelpazede düşünmelerini ve kendi stratejik önceliklerini gerekçelendirmelerini kolaylaştıracak biçimde yapılandırılmıştır.

27 üniversite öğrencisinin dördü hariç hepsi yapay zekâdan yardım alacaklarını ifade etmişlerdir. Bazıları “yapay zekâ” yazarak genel bir ifade de bulunurken, bazıları spesifik isimler vermiştir. En sık kullanılan ChatGPT olup, Deepseek ve Gemini de bazı öğrenciler tarafından yazılmıştır. Yardım aramada bazı öğrenciler direkt soruyu atıp yapay zekânın çözmesini isteyeceğini belirtirken bazı öğrenciler ise adım adım çözmesi için sadece yardım amaçlı kullanmak istediğini ifade etmiştir. Bu durum, üniversite öğrencilerinin yapay zekâyı hem sonuç odaklı hem de süreç destekleyici biçimlerde konumlandırabildiklerini göstermesi bakımından dikkat çekicidir. Bunun yanında bazı öğrenciler sırasıyla birden fazla yapay zekâyı başvurmuş ve yapılan çözümü doğrulamak için bunu tercih etmişlerdir. Böylece yapay zekâ araçları arasında karşılaştırma ve doğrulama stratejisinin de yardım arama süreçlerine eklendiği anlaşılmaktadır.

Üniversite öğrencileri ortalama dört basamakta bu süreci tanımlamış, en fazla altı basamağa kadar başvuracakları kaynakları ifade etmişlerdir. Bu bulgu, yardım arama davranışının tek bir kaynağa yönelmekten ziyade çok aşamalı ve alternatifli bir problem çözme planı olarak kurgulandığını düşündürmektedir. Defter, kitap gibi basılı kaynaklara bakmayı sadece 5 öğrenci tercih etmiş ve bunlarda genellikle son tercih olmuştur. Bunun için kütüphaneye gideceklerini, kitaplara bakacaklarını belirtmişlerdir. Basılı kaynakların daha çok “son çare” konumunda yer alması, dijital kaynaklara erişim kolaylığının üniversite öğrencileri için belirleyici bir etmen olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Video tabanlı platformlardan özellikle YouTube üzerinden konu anlatım videoları izleme en sık başvuru alan yerlerden biri olmuş ve genellikle ilk iki tercih arasında yer almıştır. Bazı öğrenciler bu kısma daha fazla ayrıntı ekleyerek izleyecekleri yayıncının adına da yer vermiştir. Bunun dışında “Kunduz” gibi farklı platformları ifade eden az sayıda öğrenci de olmuştur. Bu çeşitlilik, üniversite öğrencilerinin matematik öğrenmesinde video tabanlı yardım aramayı hem kurumsal hem de bireysel içerik üreticileri üzerinden farklı biçimlerde yapılandırabildiklerini göstermektedir.

Adımları birbiri üzerine entegre ederek de kullanan öğrenciler olmuştur. Şöyle ki öncelikle YouTube’da konu anlatım videosu izleyip sonraki adımda kendi başına çözüme ulaşmak için uğraşacaklarını dile getirmişlerdir. Bu tür ifadeler, YouTube’un yalnızca doğrudan çözüm sağlama işleviyle değil, öğrencinin “kendi çözümünü üretmesine” zemin hazırlayan bir hazırlık ve kavramsal destek aracı olarak da görülmüş olabileceğini düşündürmektedir.

Hocaya sorma seçeneği de çok fazla öğrenci tarafından başvuru alan bir kaynak olmakla birlikte bu son tercih olarak yer bulmuştur. Arkadaşa sorma/tanıdığa sorma ise çok daha az öğrenci tarafından belirtilmiştir. Bu bulgu, üniversite öğrencilerinin

öncelikle dijital ve bireysel kontrol alanı sağlayan kaynaklara yönelme eğiliminde olabileceklerini; öğretmene başvuruyu ise daha geç aşamalarda konumlandıklarını ima etmektedir. Bazı öğrenciler arama motorlarına (Google gibi) da başvuracaklarını belirtmiş ancak bununla ilgili yeterli ayrıntıya yer vermemiştir. “İnternette benzer soruları araştırma”, “Google’da araştırma” gibi ifadeler ile bu durumu açıklamışlardır. Dolayısıyla arama motorlarının yardım arama zinciri içinde bir ara durak olarak düşünüldüğü fakat öğrencilerin bu adımı ayrıntılandırma gereği duyulmadığı anlaşılmaktadır.

Tablo 2. Üniversite ve ortaokul öğrencilerinin yardım arama kaynaklarına ilişkin bulguların karşılaştırması

Yardım arama kaynağı / davranışı	Üniversite öğrencileri (n=27)	Ortaokul öğrencileri (n=21)
<i>“Daha önce hiç çözmediğiniz, zorluk düzeyi çok yüksek bir problem” ifadesiyle görev tanımı</i>	<i>Spesifik problem verilmeden yardım arama zinciri ve sıralama istenmiştir.</i>	<i>Spesifik problem verilmeden yardım arama zinciri ve sıralama istenmiştir.</i>
Yapay zekâyâ başvurma	4 öğrenci hariç hepsi yapay zekâdan yardım alacağını belirtmiştir; en sık ChatGPT, ayrıca Deepseek ve Gemini de zikredilmiştir.	Yapay zekâdan yardım almayacak az sayıda öğrenci vardır; yararlanacağını söyleyenler genellikle “yapay zekâ” veya “ChatGPT” ifadelerini kullanmıştır.
Yapay zekâyı kullanım biçimi	Bazıları doğrudan çözüm isteme, bazıları adım adım yardım amaçlı kullanım; bazıları birden fazla yapay zekâ ile doğrulama yapma eğilimindedir.	Kullanım biçimine dair ayrıntı sınırlıdır; araç çeşitliliği adlandırma düzeyinde sınırlı görünmektedir.
Yardım arama basamak sayısı	Ortalama 4 basamak; en fazla 6 basamağa kadar ifade edilmiştir.	Ortalama 4-5 basamak.

Basılı kaynaklar (defter/kitap/kütüphane)	Sadece 5 öğrenci tercih etmiş; genellikle son seçenek olarak kütüphane/kitap vurgusu yapılmıştır.	Çok sayıda öğrenci defter ve kitaplardan benzer sorulara bakacağını belirtmiştir.
Video tabanlı kaynaklar	YouTube konu anlatım videoları en sık başvuru yerlerinden biri ve genellikle ilk iki tercih arasındadır; bazıları yayıncı adı vermiş; az sayıda öğrenci “Kunduz” demiştir.	YouTube’da danışma çok daha az; sadece 3 öğrenci YouTube demiş; bazıları platform adı vermeden konu anlatım/soru çözümü videosu izleyeceğini ifade etmiştir.
Entegre strateji (YouTube → bireysel çözüm)	Bazı öğrenciler YouTube izleyip sonra kendi başına çözmeyi deneyeceğini belirtmiştir.	Benzer entegrasyon açık biçimde rapor edilmemiştir.
Öğretmene sorma	Çok sayıda öğrenci tarafından belirtilmiş ancak çoğunlukla son tercih olarak yer almıştır.	Tüm öğrenciler öğretmene sormayı mutlaka belirtmiştir; gerekçe olarak öğretmenden daha iyi anladıklarını söylemişlerdir.
Akrana/arkadaşa sorma	Üniversite öğrencilerinde daha az belirtilmiştir.	Üniversiteye göre daha sık; “benden daha bilgili arkadaş” vurgusu yapılmıştır.
Arama motorları	Bazı öğrenciler Google/benzer arama motorlarına başvuracağını söylemiş ancak ayrıntı vermemiştir.	“İnternette arama” ifadesiyle belirtilmiş ancak ayrıntı sınırlıdır.

21 ortaokul öğrencisinin tamamı öğretmenlerine sorma durumuna yer vermiş, bazıları ilk sıralarda bazıları ise son seçenek olarak ama mutlaka yer vermişlerdir. Bu durumu “Çünkü öğretmenden daha iyi anlıyorum” şeklinde ifade etmişlerdir. Bu ifade, ortaokul öğrencilerinin öğretmeni hem güvenilir hem de açıklama açısından daha anlaşılır birincil kaynak olarak konumlandıklarını göstermektedir. Öğretmen dışında anne/baba/abla/kuzen gibi daha bilgili gördükleri bir başka

yetişkinden yardım alma durumu da sıkça belirlenmiştir. Ayrıca özellikle arkadaş/a/rana sorma durumu da üniversite öğrencilerine göre daha sık görülmüş ve bunu ise “bildiğini düşündüğüm bir arkadaş’a”, “benden daha çok bilgili bir arkadaş’a” şeklinde açıklamışlardır. Bu durum, ortaokul düzeyinde yardım aramanın sosyal-ilişkisel boyutunun daha belirgin olabileceğine işaret etmektedir.

Ortaokul öğrencilerinde YouTube’a danışma çok daha az görülmüş, sadece 3 öğrenci YouTube video izlemeyi dile getirirken bir kısım öğrenci ise konu anlatım videosu ve soru çözüm videosu şeklinde video izlemeyi ifade etmiş ancak herhangi bir platform paylaşmamıştır. Bazı öğrenciler arama motorlarına (internette arama ifadesiyle) da başvuracaklarını belirtmiş ancak bununla ilgili yeterli ayrıntıya yer vermemiştir. Yapay zekâdan öğrencilerin çoğunluğu yarım alacakken az sayıda da olsa yardım almayacak öğrenci vardır. Bunun dışında yararlanacağını beyan eden öğrenciler ya “yapay zekâ” ya da “ChatGPT” olarak yazmış başka yapay zekâ araçlarına yer vermemişlerdir. Bu bulgu, ortaokul öğrencilerinde yapay zekânın henüz sınırlı bir araç çeşitliliği üzerinden tanındığını veya adlandırıldığını düşündürmektedir.

Üniversite öğrencilerinden farklı olarak çok sayıda öğrenci defterlerinden ve kitaplarından benzer sorulara bakacaklarını ifade etmişlerdir. Bu eğilim, ortaokul öğrencilerinde basılı ve ders temelli kaynakların hâlen önemli bir yardım arama dayanağı olduğunu; dijital kaynakların ise daha seçici ve sınırlı biçimde devreye girdiğini göstermektedir.

Pedagojik çıkarımlar: Nitelikli dijital yardım arama nasıl desteklenir?

Yukarıdaki çalışmalar birlikte okunduğunda, öğrencilerin YouTube ve GenAI kullanımlarının kendiliğinden nitelikli yardım aramaya dönüşmediği açık biçimde görülmektedir. Bu nedenle

öğretmenler ve öğretim tasarımcılarının dijital yardım arama süreçlerini bilinçli biçimde yapılandırmaları ve öğrencilerin hem kaynak seçimi hem de içerikle etkileşim kalitelerini geliştirecek pedagojik destekler sunmaları önem kazanmaktadır. Öncelikle kaynak değerlendirme okuryazarlığı bu sürecin temel bileşenlerinden biri olarak ele alınmalıdır. Çalışmasında öğrencilerin içerik seçimini yoğun biçimde beğeni/yorum/izlenme ölçütleriyle yapması, pedagojik doğruluğun gözden kaçabileceğini göstermektedir (Puga & Aguilar, 2021). Bu nedenle derslerde “video doğrulama kontrol listeleri” gibi yapılandırılmış araçlar kullanılarak öğrencilerin popülerlik göstergelerinin ötesinde matematiksel doğruluk, açıklama kalitesi ve kavramsal tutarlılık gibi ölçütleri dikkate alması teşvik edilebilir.

Buna paralel olarak, dijital kaynakların kullanımını sonuç odaklı bir pratikten süreç odaklı bir öğrenme stratejisine taşıyacak görev tasarımlarına ihtiyaç vardır. Aguilar ve Puga’nın (2020) ortaya koyduğu araçsal-yürütücü ayrımı, öğretmenlerin öğrencileri yalnızca doğru cevaba götüren kısa yollara yönleltmek yerine çözüm sürecini anlamlandırmaya dayalı öğrenme deneyimleri tasarlamasını gerektirir. Bu doğrultuda öğrenciden YouTube videosu izledikten sonra çözüm adımlarını gerekçelendirmesi, alternatif bir yöntem önermesi ve hatalı olabilecek noktaları tartışması istenebilir. Böyle bir yapılandırma, YouTube’u yalnızca “hazır çözüm deposu” olarak değil, öğrencinin kendi matematiksel akıl yürütmesini destekleyen bir öğrenme aracı olarak konumlandırmaya hizmet edebilir.

Ayrıca YouTube kullanımında pasif tüketim biçimlerinin baskın olabileceğine ilişkin bulgular, sınıf içi süreçlerin daha aktif ve üretken etkileşim kanallarıyla desteklenmesi gerektiğini göstermektedir. Baydaş Önlü ve arkadaşlarının (2025) bulguları, YouTube’da tüketim izleme ve yorum okuma eğiliminin öne çıktığını ortaya koymaktadır. Bu durum öğrenciler için de muhtemel bir örüntü sunduğundan, ders içi etkinliklerle “video temelli

tartışma”, “çözüm adımlarının sınıfta yeniden yapılandırılması” ve “öğrenci üretimi kısa açıklama videoları” gibi aktif katılım biçimleri teşvik edilebilir. Böylece öğrenciler yalnızca içerik tüketen değil, içerik üzerinden düşünme, değerlendirme ve yeniden üretme becerilerini geliştiren aktif öğrenenlere dönüşebilir.

Son olarak, GenAI araçlarının yardım arama amaçlı kullanımında etik ve doğruluk çerçevesinin açık biçimde öğretilmesi kritik görünmektedir. So ve arkadaşlarının (2024) çalışması, GenAI’nin eğitimde hem fırsat hem de endişe alanlarıyla birlikte tartışıldığını göstermektedir. Bu nedenle GenAI’nin yardım arama bağlamında kullanımı, kaynak gösterme, doğrulama ve aşırı bağımlılığı önleme ilkeleriyle birlikte ele alınmalıdır. Öğrencilerin GenAI’den alınan açıklamaları farklı kaynaklarla karşılaştırması, üretilen çözüm veya açıklamaları matematiksel olarak gerekçelendirmesi ve bu araçları “düşünmenin yerine geçen” değil “düşünmeyi güçlendiren” bir destek olarak kullanması yönünde açık beklentiler oluşturulması, dijital yardım aramanın niteliğini artıracak pedagojik bir güvenlik hattı sağlayabilir.

Bu bölümdeki bulgular, YouTube ve GenAI’nin öğrencilerin eğitimsel yardım arama pratiklerinde giderek daha merkezi bir konum kazandığını göstermektedir. Matematik özelinde Puga ve Aguilar çizgisi, internet tabanlı yardım aramanın insan-olmayan kaynakları kapsayan geniş bir tanımla ele alınması gerektiğini güçlü biçimde ortaya koymuştur (Aguilar & Puga, 2020; Puga & Aguilar, 2015). Bu kuramsal ve ampirik çerçeve, çalışmamızın bulgularıyla birlikte okunduğunda, dijital yardım arama kaynaklarının öğrencilerin problem çözme stratejilerinin neredeyse doğal bir bileşeni hâline geldiği anlaşılmaktadır. Nitekim üniversite öğrencilerinin büyük çoğunluğunun yapay zekâdan yardım alacağını belirtmesi, YouTube’un ise sıklıkla ilk iki tercih içinde yer alması, dijital araçların üniversite düzeyinde yardım arama zincirinin başat bileşenleri olarak konumlandığını göstermektedir. Bununla birlikte

basılı kaynakların daha sınırlı sayıda öğrenci tarafından ve çoğunlukla “son tercih” olarak ifade edilmesi, dijital erişim kolaylığının kaynak hiyerarşisini belirgin biçimde dönüştürdüğüne işaret etmektedir.

Bu çalışmanın özgül katkılarından biri, üniversite ve ortaokul öğrencilerinin yardım arama sıralamalarını aynı görev çerçevesi içinde karşılaştırmalı olarak ele almasıdır. Bulgular, iki grup arasında yardım arama repertuarının hem tür hem de öncelik düzeyi açısından farklılaştığını göstermektedir. Ortaokul öğrencilerinin tamamının öğretmene başvurmayı mutlaka dile getirmesi ve öğretmeni “daha anlaşılır ve güvenilir” birincil kaynak olarak konumlandırması, bu yaş düzeyinde sosyal-ilişkisel yardım aramanın daha baskın bir eksen oluşturduğunu düşündürmektedir. Buna karşılık üniversite öğrencilerinde öğretmene sorma seçeneğinin daha çok son basamaklarda yer bulması, daha erken aşamalarda dijital ve bireysel kontrol alanı sağlayan kaynaklara yönelme eğilimini işaret etmektedir. Bu farklılaşma, yardım aramanın gelişimsel boyutuna dair önemli bir yorum alanı sunmakta; dijital araçların kullanım yoğunluğunun yalnızca erişim imkânlarıyla değil, öğrencilerin öğrenme özerkliği algılarıyla da ilişkili olabileceğini düşündürmektedir.

YouTube’un matematiksel yardım aramada güven, açıklama kalitesi ve topluluk sinyalleriyle şekillenen özgül bir seçim ekosistemi oluşturduğu *julioprofe* örneğiyle somutlaşırken (Puga & Aguilar, 2021), genel yükseköğretim araştırmaları öğrencilerin YouTube’u tercih etmesinde yararlılık algısının ve bilgi arama motivasyonunun belirleyici olduğunu göstermektedir (Baydaş Önlü ve arkadaşları, 2025; Maziriri ve arkadaşları, 2020). Bu bulgular, çalışmamızda üniversite öğrencilerinin YouTube’u yalnızca bir “hazır çözüm kaynağı” olarak değil, kimi zaman kendi çözümünü üretmeye zemin hazırlayan bir “hazırlık ve kavramsal destek aracı” biçiminde konumlandırmasına paralel bir anlam üretmektedir.

Böylece YouTube’un, dijital yardım arama sürecinde hem araçsal hem de yürütücü eğilimleri barındırabilen iki yönlü bir işlev üretebildiği söylenebilir.

Öte yandan GenAI’nin eğitimdeki rolüne ilişkin YouTube yorumları üzerinden elde edilen bulgular, bu yeni yardım arama kaynağının toplumsal düzeyde nüanslı beklenti ve kaygılarla karşılandığını ortaya koymaktadır (So ve arkadaşları, 2024). Çalışmamızda üniversite öğrencilerinin bir kısmının birden fazla yapay zekâ aracını sıralı biçimde kullanarak doğrulama stratejilerine yönelmesi, GenAI’nin giderek yalnızca “çözüm üreten” değil, “çözümü test etmeye yarayan” bir kaynak olarak da görülebileceğini düşündürmektedir. Ortaokul öğrencilerinde ise yapay zekâyâ yönelik adlandırmanın daha sınırlı kalması ve araç çeşitliliğinin belirginleşmemesi, GenAI okuryazarlığının yaş düzeyi ve öğrenme kültürüyle ilişkili olarak kademeli biçimde gelişebileceğine işaret etmektedir.

Dolayısıyla öğretmenlerin ve öğretim tasarımcılarının temel sorumluluğu, öğrencilerin YouTube ve GenAI kullanımını “hızlı cevap” rotasından çıkarıp araçsal, eleştirel ve etik temelli bir dijital yardım arama kültürüne dönüştürebilecek öğrenme ortamları tasarlamaktır. Bu bağlamda özellikle ortaokul düzeyinde öğretmen merkezli güven ilişkisinin dijital kaynaklarla dengeli biçimde bütünleştirilmesi; üniversite düzeyinde ise dijital kaynakların doğruluk, gerekçelendirme ve kavramsal derinlik kriterleriyle sistemli biçimde kullanılmasını destekleyen görev tasarımlarının geliştirilmesi önem taşımaktadır. Böyle bir yaklaşım, öğrencilerin dijital araçları yalnızca “problemi bitirme” amacıyla değil, “matematiksel düşünmeyi geliştirme” hedefiyle anlamlı biçimde kullanmalarına katkı sunacaktır.

Kaynakça

Aguilar, M. S., & Puga, D. S. E. (2020). Mathematical help-seeking: Observing how undergraduate students use the Internet to cope with a mathematical task. *ZDM Mathematics Education*, 52(5), 1003–1016.

Alhrahsheh, M. H., Alnuaimi, B. K., Alqyadi, D. M., & Kurdi, M. H. (2024). YouTube's Impact on Students' Learning Motivation: Assessing Ease of Use and Usefulness. *International Journal of Instruction*, 17(2).

Baydaş Önlü, Ö., Küçük, S., & Çolak Yakar, C. (2025). Pre-service CEIT teachers' preferred YouTube use motives, engagements, video categories, and differences by gender. *Asia Pacific Journal of Education*, 45(4), 1359–1378.

Puga, D. S. E., & Aguilar, M. S. (2021). Students' perspectives on using YouTube as a source of mathematical help: The case of julioprofe. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.

Maziriri, E. T., Gapa, P., & Chuchu, T. (2020). Student perceptions towards the use of YouTube as an educational tool for learning and tutorials. *International Journal of Instruction*, 13(2), 119–138.

Puga, D. S. E. (2013). *Búsqueda de ayuda en Internet en un curso de estudio independiente de las matemáticas* (Unpublished master's thesis). Universidad Autónoma de Querétaro.

Puga, D. S. E. (2018). Uso autónomo de recursos de Internet en un curso de matemáticas de nivel universitario. *Educación Matemática*, 30(1), 73–91.

Puga, D. S. E., & Aguilar, M. S. (2015). *Looking for help on the Internet: Mathematical help-seeking by undergraduate*

engineering students. In Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9).

So, H.-J., Jang, H., Kim, M., & Choi, J. (2024). Exploring public perceptions of generative AI and education: Topic modelling of YouTube comments in Korea. *Asia Pacific Journal of Education*, 44(1), 61–80.

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BAĞLAMSAAL GEOMETRİK OLUŞUM PROBLEMLERİNİ ÇÖZÜM SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

**HAMZA AĞAR⁵
IŞIL BOZKURT⁶**

Giriş

Yaşamsal çevremizi kuşatan nesnelerin büyük çoğunluğu, geometrik şekillerin ya da cisimlerin düzenlenmiş biçimlerinden oluşmaktadır (Altun, 2023). Günlük yaşamda bireyler, bu nesneleri ölçme, tasarlama, dönüştürme veya problem çözme süreçlerinde kullanmakta ve dolayısıyla geometrik düşünmeye sürekli olarak başvurmaktadır. Geometri, bireyin çevresini anlamlandırmasında ve bu çevreye yönelik bilişsel temsiller oluşturmada önemli bir rol oynamaktadır (Altun, 2023). İnsan, yaşamı boyunca karşılaştığı nesnelere ilişkin ilişkileri ve yapısal özellikleri kavrayabilmek için temel geometrik becerilere ihtiyaç duyar. Bu beceriler yalnızca

⁵ Yüksek Lisans Öğrencisi, Harran Üniversitesi, Ölçme ve Değerlendirme, Orcid: 0009-0009-2396-0796

⁶ Doktor Öğretim Üyesi, Harran Üniversitesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, Orcid: 0000-0002-0720-7413

akademik öğrenme açısından değil, aynı zamanda yaşamın farklı alanlarında analitik düşünme, mekânsal algı ve problem çözme yetilerini destekleyen temel araçlardır. Bu nedenle geometri konuları, öğretim programlarında her kademede önemli bir yer tutmaktadır (Altun, 2023).

Millî Eğitim Bakanlığı'nın (MEB, 2024) hazırladığı Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Matematik Dersi Öğretim Programı'nda da geometrik düşünmenin geliştirilmesine özel bir vurgu yapılmakta; öğrencilerin pergel, çizgeç ve cetvel gibi temel araçları kullanarak geometrik inşalar gerçekleştirmeleri beklenmektedir. Programda, öğrencilerin eş doğru parçaları, eş açılar veya diklik gibi özellikleri inşa etmeleri, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerisi kapsamında ele alınmıştır (MEB, 2024). Bu vurgu, öğrencilerin yalnızca şekil çizimi değil, aynı zamanda geometrik akıl yürütme ve modelleme süreçlerinde etkin rol üstlenmelerini de hedeflemektedir.

Geometrik oluşum kavramı, klasik anlamıyla pergel-çizgeç kullanarak, ölçme yapmadan geometrik şekillerin ya da ilişkilerin inşa edilmesi sürecini ifade eder (Raynaud, 2018). Bu süreç, öğrencilerin hem görsel-uzamsal düşünme hem de mantıksal çıkarım yapma becerilerini bütünleştirmelerine olanak tanır. Özellikle geometrik oluşum problemleri, öğrencilerin geometrik kavramlar arasında ilişki kurmalarını, varsayımlar geliştirmelerini ve yapılandırılmış bir şekilde çözüm üretmelerini sağlayarak derinlemesine öğrenmeyi destekler (Marinković & Janičić, 2012). Bu bağlamda, özellikle öğretmen adaylarının geometrik oluşum süreçlerinde pergel ve çizgeç gibi temel araçları etkin biçimde kullanabilmeleri önem taşımaktadır. Öğretmen adaylarının bu araçlarla çalışmaya yönelik yeterlikleri, onların gelecekte öğrencilerde geometrik düşünmeyi destekleme kapasiteleriyle doğrudan ilişkilidir (Tisdell & Olmedo, 2022). Bu nedenle, öğretmen yetiştirme sürecinde geometrik oluşum konularına yer verilmesi yalnızca teknik beceri kazandırmakla kalmaz; aynı

zamanda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme, kavramsal açıklama ve pedagojik yansıtma becerilerini de geliştirir (Yıldız, 2016).

Geometrik oluşumun öğretmen eğitimi bağlamında iki boyuttan ele alınabilir: matematiksel ve pedagojik önem. Matematiksel açıdan geometrik oluşum, öğretmen adaylarına geometrik akıl yürütme ve mantıksal gerekçelendirme becerileri kazandırır. Her inşa adımı belirli bir teorem ya da aksiyoma dayanır; bu da öğretmen adaylarının geometriyi yüzeysel bir çizim etkinliğinden öte, sistematik bir bilgi yapısı olarak görmelerine yardımcı olur (Marinković & Jančić, 2012). Ayrıca, geometrik inşa problemleri adayların çözüm üretme stratejilerini yapılandırmalarına olanak tanır. Bu da onların, öğrencilerin hatalarını analiz etme, alternatif çözüm yolları önermede daha yetkin hâle gelmelerini sağlar (Dufourd, 1998). Pedagojik açıdan geometrik oluşum, öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünme biçimlerini gözlemleme, kavram yanlışlarını tespit etme ve etkin öğretim stratejileri geliştirme becerilerini güçlendirebilir. Tisdell ve Olmedo (2022), geometrik oluşum görevlerinin öğrencilerde aktif katılımı ve sorgulamayı teşvik eden “keşif temelli öğrenme” ortamları yarattığını belirtmektedir. Bu süreçte öğretmen adayları, öğrencilerin hatalı stratejilerine anında müdahale edebilme ve yönlendirici sorularla onların düşünme süreçlerini yeniden yapılandırmalarına yardımcı olma fırsatı bulur. Ayrıca, bu tür etkinlikler öğretmen adaylarının matematiği sadece öğretilecek bir bilgi olarak değil, öğrenilebilen bir süreç olarak kavramalarına da katkı sağlar. Günümüzde geometrik oluşumun önemini artıran bir diğer faktör ise teknolojik entegrasyon olmuştur. Dinamik geometri yazılımları (örneğin GeoGebra), öğretmen adaylarına geometrik ilişkileri görselleştirme, etkileşimli biçimde inşa etme ve öğrencilerin anında geri bildirim almasını sağlama imkânı sunmaktadır (Yıldız, 2016). Bu tür teknolojiler, öğretmen adaylarının dijital pedagojik

yeterliklerini artırmakta ve öğrenme sürecini daha etkileşimli hâle getirmektedir. Wong, Qi ve Tan (2022) tarafından geliştirilen bazı yapay zekâ temelli sistemler ise geometrik oluşumun sadece insan eylemine dayalı bir süreç olmadığını, aynı zamanda bilişsel ve algoritmik düzeyde modellenen bir etkinlik olduğunu göstermektedir. Bu gelişmeler, öğretmen adaylarının hem klasik hem de modern yaklaşımları anlamalarını zorunlu kılmaktadır.

Öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar, geometrik oluşum sürecinin gerekçelendirme, muhakeme ve ispat becerileriyle yakından ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır. Ulusoy (2019) tarafından yürütülen araştırmada, adayların pergel ve çizgeç kullanarak paralellik inşası yapmaları ve GeoGebra üzerinden bu inşayı doğrulamaları süreci incelenmiş; adayların gerekçelendirme düzeylerinin dijital ortam destekli öğrenmede daha güçlü hale geldiği belirlenmiştir. Benzer biçimde Öçal ve Şimşek (2017), Öklid'in Elementler kitabından alınan geometrik oluşum problemlerini öğretmen adaylarına sunmuş ve bu süreci GeoGebra aracılığıyla incelemiştir. Bulgular, dinamik geometri yazılımlarının öğretmenlerin geometrik kavramlar arasındaki ilişkileri fark etmesini ve ispat süreçlerine yönelik farkındalıklarını artırdığını göstermektedir. Sır (2022)'nin doktora çalışması ise bu bulguları daha ileriye taşıyarak, dinamik geometri destekli öğretimin öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme, ilişkilendirme ve kavramsal açıklama becerilerini geliştirdiğini, ayrıca işlemsel düşünmeden kavramsal düşünmeye geçişi kolaylaştırdığını ortaya koymuştur. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının teknolojiyi yalnızca görselleştirme aracı olarak değil, aynı zamanda düşünmeyi yönlendiren bir öğrenme ortamı olarak kullanmaları gerektiği vurgulanmaktadır.

Öğrenci odaklı araştırmalar da benzer biçimde geometrik oluşumun bilişsel gelişim ve dinamik düşünme açısından önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Deniz ve Kabael (2020, 2021)

tarafından yürütülen çalışmalar, öğrenme yörüngesi temelli yaklaşımların öğrencilerin geometrik oluşum süreçlerinde anlamlı etkiler yarattığını ortaya koymuştur. Bu araştırmalarda, öğrencilerin yalnızca algoritmik adımları takip ettiklerinde işlemsel düzeyde kaldıkları; ancak kanıt üretme, alternatif çözüm yolları geliştirme ve gerekçelendirme fırsatı bulduklarında dinamik düşünme biçimleri sergiledikleri belirlenmiştir. Pergel ve çizgeç kullanımının öğrencilerin geometrik yapılar arasındaki ilişkileri fark etmelerini kolaylaştırdığı, gerekçelendirme becerilerini güçlendirdiği ve kavramsal farkındalıklarını artırdığı da vurgulanmıştır. Bu sonuçlar, geometrik oluşum sürecinin yalnızca “çizim” değil, aynı zamanda matematiksel düşünmenin yapılandırıldığı bir öğrenme süreci olduğunu göstermektedir.

Literatürde dikkat çeken ortak bulgu, geometrik oluşum etkinliklerinin öğrencilerin ve öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerini geliştirdiği yönündedir. Napitupulu (2001)’in Geometer’s Sketchpad kullanarak yürüttüğü çalışmada olduğu gibi, teknoloji destekli çizim ortamları, katılımcıların Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde anlamlı artışlar sağlamaktadır. Benzer biçimde Gür ve Demir (2017) de pergel ve cetvelle yapılan geleneksel geometrik oluşumların öğretmen adaylarının hem geometrik düşünme becerilerini hem de matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilediğini ortaya koymuştur. Bu sonuçlar, geometrik oluşum problemleri üzerinde çalışmanın olumlu etkilerini ortaya koymaktadır.

Genel olarak değerlendirildiğinde, alan yazın geometrik oluşumun hem bilişsel hem de pedagojik açıdan güçlü bir öğrenme alanı olduğunu göstermektedir. Geleneksel araçlarla yapılan oluşumlar, öğrencilerin geometrik temel becerilerini ve ölçüsüz inşa yöntemlerini pekiştirirken; dinamik yazılımlar bu süreci destekleyerek öğrencilerin akıl yürütme, gerekçelendirme ve ilişkilendirme becerilerini derinleştirmektedir. Literatür, geometrik

oluşumun matematiksel düşünmeyi, ispat süreçlerini ve pedagojik farkındalığı güçlendiren çok yönlü bir öğrenme ortamı sunduğunu vurgulamaktadır (Deniz & Kabael, 2021; Gür & Demir, 2017; Sır, 2022). Bu nedenle, öğretmen eğitiminde geometrik oluşumun sistematik biçimde yer alması, öğretmen adaylarının hem geometri bilgisini hem de bu bilginin öğretimini destekleyecek pedagojik yeterliklerini geliştirmeleri açısından büyük önem taşımaktadır.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çizim becerisi gerektiren bağlamsal geometrik oluşum problemlerini çözme süreçlerini derinlemesine incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çizim becerisi gerektiren geometri problemlerinde kullandıkları problem çözme stratejilerini, çizim becerilerini, bu süreçte nasıl hatalar yaptıklarını belirlemeyi anlamayı hedeflemektedir. Bunun yanı sıra aynı problemleri çizim yapmaksızın matematiksel olarak çözme durumları da incelenip karşılaştırılacaktır.

Yöntem

Bir olayın derinlemesine incelenmesini (McMillan, 2000) ve bir olayı meydana çıkaran detayları tanımlayıp görmeyi sağlayan (Gall, Borg ve Gall, 1996) çalışmalar durum çalışması olarak tanımlanır. Bu çalışmada bağlamsal geometrik oluşum problemlerinin çözüm sürecinin detaylı olarak incelenmesi amaçlandığı için bu çalışma, bir durum çalışması şeklinde tasarlanmıştır.

Örneklem

Bu araştırma, Güneydoğu Anadolu Bölgesi'ndeki iki devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim gören 3. sınıftaki öğretmen adayları ile yürütülmüştür. Araştırmada, bu sınıf düzeyinde bahar dönemi itibarıyla geometri ve

geometri öğretimine ilişkin tüm dersleri almış olmaları nedeniyle 3. sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. 65 öğretmen adayından oluşan katılımcıların demografik özellikleri, cinsiyet ve üniversite değişkenleri bağlamında detaylı bir şekilde Tablo 1'de sunulmuştur. Çalışma katılımcılarının öğrenim gördükleri üniversiteler çalışmada, UniA ve UniH olarak kodlanmıştır.

Tablo 1. Katılımcıların üniversitelere ve cinsiyetlere göre dağılımı

Üniversite	Kadın	Erkek	Toplam
UniH	14	11	25
UniA	34	6	40
Toplam	48	17	65

Örneklemin genelini çoğunluğunu öğretmen adayları ($n = 48, \%73,85$) oluştururken, erkek öğretmen adaylarının oranı $\%26,15$ ($n = 17$) olarak belirlenmiştir. Bu dağılım, matematik öğretmenliği programlarındaki cinsiyet dengesinin genel eğilimleriyle de paralellik göstermektedir. Katılımcıların yer aldığı bölümlerdeki erkek öğrenci oranı kızlara göre daha azdır. Üniversite değişkeni açısından incelendiğinde, örneklemdaki katılımcıların büyük çoğunluğu UniA'da ($n = 40, \%61,54$) öğrenim görmekteyken, UniB'den katılım sağlayan aday sayısı 25 ($\%38,46$) olarak belirlenmiştir.

Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı açık uçlu üç farklı bağlamsal geometrik oluşum probleminden oluşturulmuştur. Sorular veri toplama aracında, aşamalı olarak zorlaşan bir şekilde yer almıştır. Bulgular sunulurken bu sorulara (Soru1a- Soru1b, Soru2a- Soru2b, Soru3a- Soru3b) yer verilmiştir. Her sorunun a seçeneğinde sunulan problemin matematiksel olarak çözülmesi istenmiş, b seçeneğinde ise pergel-çizgeç gibi araçlarla çözülmesi istenmiştir. Bu süreçte detaylı açıklama da talep edilmiştir. Uygulamanın yapıldığı süreçte her öğrenciyi kullanılmak üzere pergel-çizgeç verilmiştir.

Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının yazılı cevapları içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. İçerik analizi, nitel çalışmalarda yazılı ve görsel veri yoğunluğunun fazla olduğu durumlarda kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yöntem doğrultusunda, kod ve kategoriler belirlenmiştir. Soruların a seçeneklerinde belirlenen kodlar cevap çeşitliliğini üniversite ve cinsiyet açısından sunmaktadır. b seçeneğinde yer alan sorularda ise hatalar ve doğru cevaplar ayrı ayrı ele alınmış ve ayrıca pergel ya da cetvel kullanımı da değerlendirilmiştir.

Bulgular

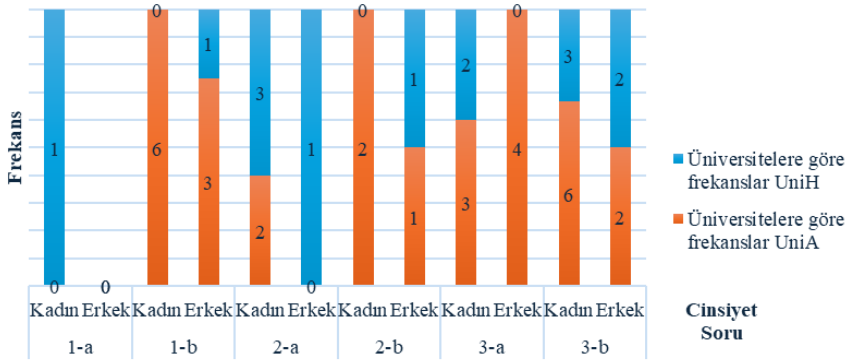
Soruları çözmeden boş bırakan katılımcıların sayıları üniversitelerine ve cinsiyetlerine göre ayrı ayrı olacak şekilde Tablo 2’de sunulmuştur:

Tablo 2: Soruları çözmeden boş olarak bırakan katılımcı sayıları

Soru No	Cinsiyet	Üniversitelere göre frekanslar	
		UniA	UniH
1-a	Kadın	0	1
	Erkek	0	0
1-b	Kadın	6	0
	Erkek	3	1
2-a	Kadın	2	3
	Erkek	0	1
2-b	Kadın	2	0
	Erkek	1	1
3-a	Kadın	3	2
	Erkek	4	0
3-b	Kadın	6	3
	Erkek	2	2

Tablo 1’de yer alan sayılar üniversiteler ve cinsiyetler açısından daha kolay karşılaştırma imkanı sunduğu için birikimli olarak Grafik 1’de sunulmuştur.

Grafik 1: Boş bırakılan soruların dağılımı



Grafik 1’de görüldüğü üzere kolaydan zora doğru sıralanmış olan sorulardan, daha zor olanların daha çok boş bırakıldığı belirlenmiştir. Toplam katılımcı sayısı neredeyse iki katı olmasına rağmen UniA’daki öğrencilerin boş bırakma sayılarının daha fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca beceri gerektiren ve pergel-çizgeç kullanılarak çözülmesi gereken b seçeneğindeki sorularda boş bırakma sayısının her üç soruda da daha fazla olduğu görülmektedir. Aslında a seçeneğinde doğru cevabı matematiksel olarak bulmalarına rağmen, katılımcıların b seçeneğindeki soruları boş bırakmış olmaları, onların matematiksel araç gereçleri kullanma becerileri açısından olumsuz bir bulgu olarak değerlendirilebilir.

Veri toplamak için kullanılan soruların çözümleri, çözüm sürecinde yapılan doğru ve yanlışlar devam eden bölümlerde sunulmuştur. Bulgular sunulurken tüm soruların a seçenekleri doğru yanlış ayırt edilmeden çeşitliliğe ilişkin frekanslar şeklinde, b seçenekleri ise detaylı olarak verilmiştir. Her soru ve çözümü bu bölümde sunulmuştur.

Soru 1-a) Bir etiket firması alanı 13 cm^2 olan kare şeklinde etiket tasarlamak istemektedir.

Firmanın tasarımcısının bu kare şeklindeki etiketin kenar uzunluklarını belirlemesi gerekmektedir. Tasarlanacak kare şeklindeki etiketin kenar ölçüsünü belirleyiniz.

Çözüm: Bu sorunun çözümünde karenin alanı formülünden ($a \times a = a^2$) yola çıkmak gerekmektedir. 13'ün bir tam kare sayı olmadığı bilinciyle kenar uzunluklarının tam sayı çıkamayacağı bir gerçektir. Kenar ölçüsü $\rightarrow a^2 = 13 \rightarrow \sqrt{a^2} = \sqrt{13} \rightarrow a = \sqrt{13}$ olarak bulunur.

Öğretmen adaylarının bu soruya ilişkin cevaplarının dağılımı Tablo 3'te sunulmuştur:

Tablo 3: Soru 1-a için verilen cevaplara ilişkin bulgular

Doğru Cevaba Ulaşma Yolları	Cinsiyet	Üniversite	
		UniH	UniA
Karenin kenarından yola çıkarak $\sqrt{13}$ ü bulmak	Kadın	10	31
	Erkek	9	4
Üçgenin alanından yola çıkarak $\sqrt{13}$ ü bulmak	Kadın	0	2
	Erkek	1	1
İspat olmadan $\sqrt{13}$ ü bulmak	Kadın	3	1
	Erkek	1	1
Toplam		24	40

Tablo 3'te görülebileceği üzere katılımcıların neredeyse tamamı matematiksel çözüm gerektiren bu problemi çözmüşlerdir. Çözümlerinde üçgenin ya da karenin alanından yola çıkarak çözüme ulaşma şeklinde iki farklı yol izlemişler ve çoğunluk karenin alanını başlangıç noktası olarak seçmişlerdir. Üçgenin alanını seçenlerin ise temelinde yine kareye odaklandıkları belirlenmiştir. Üniversite bazında öğrenci başarıları arasında belirgin bir farklılık gözlenmemiştir. Yalnızca UniH'den bir erkek öğrencinin soruyu cevaplamadığı (Tablo 2) görülmüştür.

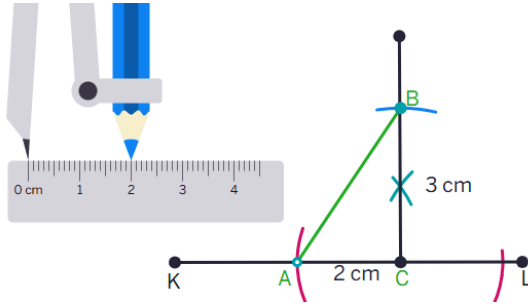
Soru 1-b) Bir etiket firması alanı 13 cm^2 olan kare şeklinde etiket tasarlamak istemektedir.

Firmanın tasarımcısının bu kare şeklindeki etiketin kenar uzunluklarını belirlemesi gerekmektedir. Tasarlanacak kare şeklindeki etiketi ölçülerine uygun olarak pergel-çizgeç kullanarak çiziniz.

Not: Çizeceğiniz şekilde ölçülerin gerçek ölçü ile uyumlu olması önemlidir.

Çözüm⁷: Bu problemin çözümü için alanı 13 cm^2 olan karenin bir kenarını çizebilmek gerekir. Bu kenarın uzunluğu $\sqrt{13} \text{ cm}$ 'dir. $\sqrt{13}$ irrasyonel bir sayı olduğu için bu uzunluğu cetvelle ölçmek ve çizmek mümkün değildir. Pergel kullanarak yapılabilecek çizim Şekil 1'de verilmiştir:

Şekil 1: Soru 1-b'nin çözümü



Cetvel üzerinden 2 cm pergelle ölçülür. Rastgele bir doğru parçası ([KL]) üstünde rastgele bir A noktası alınarak pergel aracılığıyla 2 cm uzağı (C noktası) işaretlenir. C noktasından KL

⁷ Çözümlerde gereken çizimlerin görselleştirilmesinde için Mathigon (<https://tr.mathigon.org/>) uygulamasının Polypad (<https://polypad.amplify.com/p>) aracı kullanılmıştır.

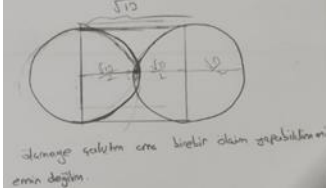
doğru parçasına bir dikme çıkılır. Pergelle 3 cm ölçülüp çıkılan dikme üstünde (B) işaretlenir. Böylelikle ACB dik üçgeni elde edilir. Pisagor bağıntısından $|AB| = \sqrt{13}$ cm olduğu görülebilir. Artık istenen uzunluk belirlenmiş olur.

Soruda çözümün pergel-çizgeç kullanarak yapılması istenmiş ve yalnızca cetvel kullanarak yapılan çizimlerin doğru kabul edilmeyeceği katılımcılara bildirilmiştir. Bu nedenle cetvelle yapılan çözümler de aşağıda hatalı olarak değerlendirilmiştir. Çalışma kapsamında elde edilen bulgular ve öğretmen adaylarının hatalı cevapları Tablo 4'te sunulmuştur:

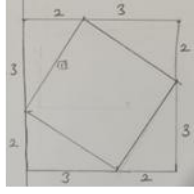
Tablo 4. Soru 1-b hatalı cevapların analizi ve öğrencilere ilişkin betimsel bulgular

Hatalı Cevaplara İlişkin Kodlar	Cinsiyet	Pergelle Çizim			
		Kullandı		Kullanmadı	
		UniA	UniH	UniA	UniH
$\sqrt{13}$ ün yaklaşık değerini sayısal olarak hesaplamak ve çizmek	Kadın	-	-	4	2
	Erkek	-	-	-	-
$\sqrt{13}$ ün yaklaşık değerini sayısal olarak hesaplayıp $r = \frac{\sqrt{13}}{2}$ olan çembere dıştan teğet kareyi çizmek	Kadın	1	-	4	-
	Erkek	-	-	-	-
$r = \frac{\sqrt{13}}{2}$ olan birbirine teğet iki çemberden yola çıkarak bir kare oluşturmak (Şekil 2a)	Kadın	-	-	1	-
	Erkek	-	-	-	-
$\sqrt{13}$ ün $3 < \sqrt{13} < 4$ aralığında olduğunu matematiksel olarak belirleyip yaklaşık yerini çizmek	Kadın	-	-	4	-
	Erkek	-	-	-	-
Bir kenarı 5 cm olan karenin köşesinde $\sqrt{13}$ br olan dik üçgeni oluşturmak (Şekil 2b)	Kadın	-	-	6	-
	Erkek	-	-	4	-
Dik kenarları 2 ve 3 br olan bir dik üçgen çizip hipotenüsü üstünde istenen kareyi oluşturmak (Şekil 2c)	Kadın	-	-	6	-
	Erkek	-	-	1	-
Dik kenarları 2 ve 3 br olan bir dik üçgen çizip hipotenüsünün $\sqrt{13}$ br olduğunu bulup istenen kareyi çizmemek	Kadın	-	1	-	-
	Erkek	-	1	-	-

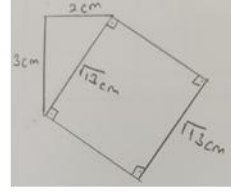
Şekil 2. Soru 1-b için hatalı cevaplara ilişkin kanıt görselleri



(a)



(b)



(c)

Tablo 4'te de görüldüğü üzere veri toplama aracındaki en kolay soru olmasına rağmen özellikle UniA şeklinde kodlanan üniversitenin öğrencileri yoğunlukla bu soruda hatalı bir çözüm süreci takip etmişlerdir. a seçeneğinde matematiksel olarak çözümü yapabilirken, b seçeneğinde aynı sorunun beceri düzeyinde çözümünü yapamamış olmaları ilginç bir bulgudur. Aslında çözüm için yürüttükleri matematiksel muhakeme süreci doğru ya da doğruya yakın olmasına rağmen bu süreci beceri düzeyinde ortaya koyamamışlardır. Bu durum onların geometrik oluşum problemlerinin matematiksel araçlar kullanılarak yapılabilecek çözümleri konusunda desteğe ihtiyaçları olduğunu ortaya koymuştur.

Soru 1-b'nin istenen şartlara uygun ve doğru cevapları Tablo 5'te sunulmuştur. Uni A da soruya doğru cevap veren katılımcı olmamıştır. Bu nedenle Tablo 5'te Uni A'ya yer verilmemiştir. Tablo 5 sadece doğru cevap türlerini içermektedir. Bu cevapların tamamında pergel-çizgeç kullanılmıştır.

Tablo 5: Soru 1-b doğru cevapların analizi ve öğrencilere ilişkin betimsel bulgular

Doğru Cevaplara İlişkin Kategori	Kodlar	Cinsiyet	Frekans
Dik kenarları 2 ve 3 cm olan üçgen üzerinde $\sqrt{13}$ cm nin gerçek uzunluğunu bularak, pergel aracılığıyla ilgili kareyi	Ayrı bir tasarım şeklinde çizmek	Kadın	8
		Erkek	4
	Çizilen üçgenin hipotenüsü üstüne çizmek	Kadın	2
		Erkek	5
	Üçgeni içine alacak şekilde çizmek	Kadın	-
		Erkek	1

Toplam 25 öğretmen adayından oluşan UniH öğrencilerinin 20'si (%80) bu soruyu istenen şartlara uygun şekilde doğru cevaplamıştır. Cevapların çoğunluğu bağımsız bir tasarım üstünde $\sqrt{13}$ ün çizilerek bulunması şeklindedir. Diğer cevaplarda dik kenarları 2 ve 3 cm olan üçgen pergelle tasarlanmış ve hipotenüsü elde edilmiştir.

Soru 2-a) A şirketi bir plazada yanda görüldüğü gibi üstten görünüşü dikdörtgen şeklinde olan ofis almıştır.

Ofisle ilgili yapmayı planladığı düzenleme için mimardan talepleri şu şekildedir.

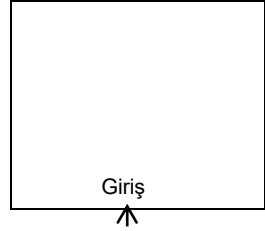
- Giriş noktası şekilde görüldüğü üzere ofisin ön tarafının tam ortasında olacaktır.

- Ofisin ölçüleri kısa kenar 30 metre, uzun kenar 40 metre şeklindedir.

- Ofis üç farklı departmana ayrılacaktır. Buna uygun olarak duvarlarla bölünecektir.

- Bu departmanların taban alanları eşit olacaktır.

Bu şartlara uygun olarak tasarlanacak ofisin nasıl bölüneceğini belirleyiniz.



Çözüm: Şeklin uzun ve kısa kenarları bilindiğinden alanı bulmamız oldukça kolaydır. Alan bulunduğundan sonra ofisin 3 eşit alanlı departmana bölünmesi isteniyor.

$$30 \times 40 = 1200 \text{ m}^2 \rightarrow 1200 \div 3 = 400 \text{ m}^2$$

Ancak bu bölme işlemini soruda belirlenen şartlara göre yapmamız gerekmektedir. Bölme işlemini gerçekleştirirken girişin karşısındaki iki köşeye doğru yaparsak alanlar eşit çıkmayacaktır.

$$\frac{30 \times 20}{2} = 300 \text{ m}^2 \text{ alanlı 2 departman ve } \frac{40 \times 30}{2} = 600 \text{ m}^2$$

alanlı bir departman oluşacaktır. Bunu engellemek için yukarıda kalan üçgensel bölgenin taban uzunluğunu azaltıp, azalttığımız kadar olan mesafeyi yanlarda kalan üçgensel bölgeleri dik yamuğa dönüştürmek için eş bir şekilde paylaşmalıyız. Bunun için de en başta bulduğumuz eş alanlardan (400 m^2) ilerleyeceğiz. Bunun için yukarıdaki üçgenden 2a uzunluğunda kısaltıp yanlardaki yamukların tavan uzunluklarını a belirleyeceğiz;

$$\frac{(40 - 2a) \times 30}{2} = \frac{(20 + a)30}{2} = 400 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \frac{(40 - 2a)}{2} &= \frac{(20 + a)}{2} \rightarrow (40 - 2a) = (20 + a) \rightarrow 3a = 20 \rightarrow a \\ &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

şeklinde olacaktır.

Öğretmen adaylarının bu soruya ilişkin cevaplarının dağılımı Tablo 6'da sunulmuştur:

Tablo 6: Soru 2-a için verilen cevaplara ilişkin bulgular

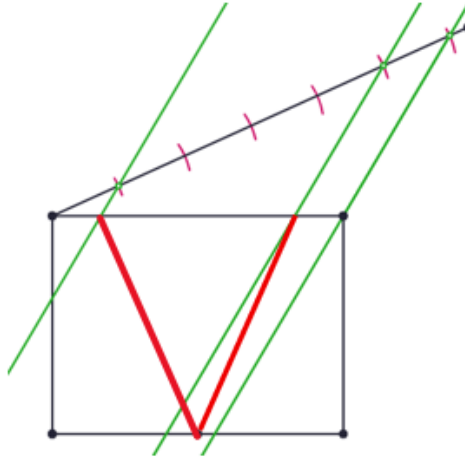
Çözüm Kategorileri	Kodlar	Cinsiyet	Üniversite	
			UniH	UniA
Koridor eklemeyen alanları eşit üç departman oluşturma		Kadın	4	17
		Erkek	5	1
Ofisi dörtten fazla eş alanlı departmana ayırma		Kadın	2	-
		Erkek	1	1
Koridor eklemeyen hem şekillerin eş hem de alanların eşit olduğu çözümler	Dikey bölünmüş şekiller	Kadın	2	3
		Erkek	1	1
	Yatay bölünmüş şekiller	Kadın	-	8
		Erkek	1	2
Bir koridor ekleyerek yapılan çözümler	Hem koridorların hem departmanların eşit alanlı olduğu çözümler	Kadın	3	4
		Erkek	-	1
	Koridorun alanını göz ardı ederek, koridorlar çıkarıldıktan sonra kalan bölgeyi üç eşit alanlı departmana bölme	Kadın	-	-
		Erkek	2	-
Toplam			21	38

Bu sorunun çözümünde beklenenin dışında ofisi bölerken koridor için ayrı bir alana yer verilmesi durumu gözlenmiştir. Soruda ofisin dikey ya da yatay olarak bölünmesine ilişkin bir kısıtlama olmamakla birlikte girişin alt kenardan verilmesi şartı dikey bölmeyi düşündürmektedir. Ancak çözümlerde yatay bölmeler de görülmüştür. Katılımcıların çoğunluğu soruyu doğru cevaplamıştır. Ayrıca çözümlerde koridor ekledikten sonra kalan alanı eş üç parçaya ayıran kişilerin cevapları da doğru olarak değerlendirilmiştir. Soruyu boş bırakan öğrencilerin sayısı Tablo 2 de görülebilir. Üniversiteler bazından eşit katılım gerçekleşmediği için sayılar farklı olmasına rağmen boş bırakma oranları birbirine yakındır. Ancak yine matematiksel çözüm isteyen bu a seçenekli soruda cevaplama oranı yüksektir. Cevap çeşitleri Tablo 6’da detaylı olarak paylaşılmıştır.

Soru 2-b) a şıkında tasarlanmış olan ofisin son halinin çizimini belirlemiş olduğunuz ölçülere uygun olarak yandaki şekil üzerinde pergeli-çizgeç yardımı ile yapınız. (Sadece duvarların yerini gösteren bir çizim yeterlidir.)

Çözüm: Bu soruya ilişkin beklediğimiz, pergeli-çizgeç kullanarak yapılabilecek çizim Şekil 3'te verilmiştir:

Şekil 3: Soru 2-b'nin çözümü

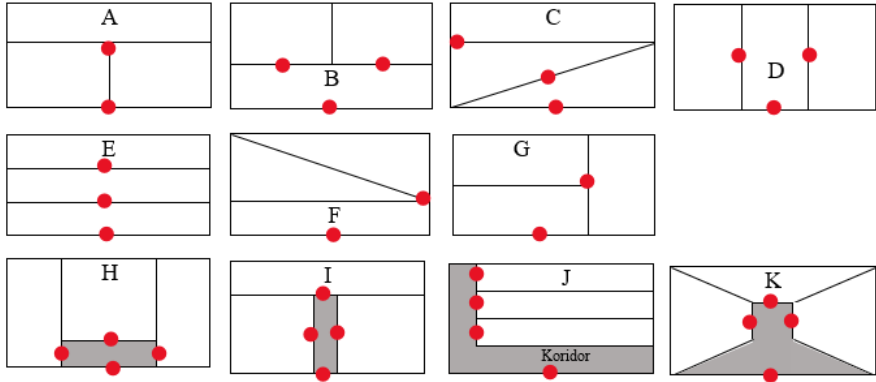


Bu sorunun çözümünde 40 cm'lik üst kenarın $20/3$, $80/3$ ve $20/3$ birimlik parçalara ayrılması ve duvarın iki ayırma noktasından girişe doğru inşa edilmesi gerekmektedir. Bu aslında üst tabanın 6 eş parçaya ayrılması ile mümkündür. Pratikte pergeli kullanarak 6 ve dolayısıyla 3 ile tam bölünemeyen bir uzunluğu cetvelle parçalarına ayırmak pek mümkün değildir. $20/3=6,66\dots$ şeklinde devirli bir sonuca sahiptir. Bu parçayı ayırmak için pergeli kullanma en uygun seçeneklerden biridir. Ayırdıktan sonra ilk ve son parçayı ayıran noktalar çözüm noktalarını oluşturur. Bunun için üst tabanla ortak noktası olan çapraz bir doğru çizilmesi ve bu doğru aracılığıyla ilgili üst tabanın istenen parçalara ayrılması mümkündür. Şekil 3'te de görüldüğü üzere çizilen çapraz doğru pergelle rastgele uzunluk

belirlenerek eş altı parçaya ayrılmıştır. Son nokta ile üst tabanın diğer ucu birleştirilmiştir. Elde edilen bu çizgiye pergelin de yardımıyla paralel doğrular çizildiğinde üst taban istenen parçalara bölünmüş olur. Daha sonra belirlenen noktalar giriş ile birleştirildiğinde (kırmızı çizgiler) çözüm tamamlanır.

Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre doğru kabul edilmesine karar verilen alternatif çizimler Şekil 4’te verilmiştir. Şekil 4’te, taralı olmayan alanlar istenen departmanları, nokta ile belirtilen yerler departmanların giriş kapılarını, gri renkte taralı bölgeler ise koridor olarak belirlenen yerleri göstermektedir.

Şekil 4. Doğru kabul edilmesine karar verilen alternatif çizimler



Katılımcıların bu sorunun çözümünde yaptıkları hatalar Tablo 7’de sunulmuştur. Tablo 7’de hata türleri, cinsiyet ve çözümde pergel ya da cetvel kullanımına göre kategorize edilerek verilmiştir.

Tablo 7: Soru 2-b hatalı cevapların analizi ve öğrencilere ilişkin betimsel bulgular

Hatalı Cevaplara İlişkin Kodlar	Cinsiyet	Pergelle Çizim		Cetvelle Çizim	
		UniA	UniH	UniA	UniH
Beklenen çözümde olduğu şekilde bölmek ancak dikdörtgen ölçülerini 12x9 olarak almak	Kadın	-	-	-	-
	Erkek	-	-	-	1
Ofisi Şekil 4'teki A şeklinde bölmek ancak dikdörtgen ölçülerini 12x9 olarak almak	Kadın	-	-	2	-
	Erkek	-	1	-	-
Ofisi Şekil 4'teki B şeklinde bölmek ancak dikdörtgen ölçülerini 12x9 olarak almak	Kadın	-	-	3	1
	Erkek	-	-	-	-
Ofisi üçten fazla departmana rastgele bölmek	Kadın	-	-	-	3
	Erkek	-	1	-	4

Tablo 7’de görülen hatalar incelendiğinde UniA daki öğrencilerin pergel kullanmadıkları, çözüm teşebbüslerinde cetveli tercih ettikleri belirlenmiştir. Bu aslında çözüm için gerekli şartların yerine getirilmediği şeklinde yorumlanabilir. Bu kısımda yapılan ana hata, soruda verilen ofis taslağının kenar ölçülerini (12x9) kullanmakla olmuştur. Oysa soruda 30x40 ölçülerine göre çözüm yapılması istenmiştir. Bu durum öğrencilerin problemi anlama aşamasında sorun yaşadıklarını göstermiştir. Benzer durum üç departmana bölünmesi gereken ofisin daha fazla departmana bölündüğü cevaplarda da görülmüştür.

Katılımcıların doğru çözümleri Tablo 8’de sunulmuştur. Tablo 8’de çözüm çeşitleri, cinsiyet ve çözümde pergel ya da cetvel kullanımına göre kategorize edilerek verilmiştir.

Tablo 8: Soru 2-b doğru cevapların analizi ve öğrencilere ilişkin betimsel bulgular

Doğru Kabul Edilen Cevaplara İlişkin Kodlar	Cinsiyet	Pergelle Çizim		Cetvelle Çizim	
		UniA	UniH	UniA	UniH
Ofisi Şekil 4'teki A, B, C, D, E, F ya da G şeklinde, doğru ölçüleri kullanarak bölmek	Kadın	-	1	24	4
	Erkek	-	1	4	4
Ofise Şekil 4'teki H, I, J ya da K şeklinde görüldüğü gibi koridorlar ekleyip, koridorlar dışında üç ayrı departmana doğru ölçüleri kullanarak bölmek	Kadın	-	-	6	2
	Erkek	-	-	1	-

Tablo 8'de de cetvelle yapılan çözümler de UniA'daki öğrencilerin pergel kullanmadıklarını, matematiksel araç olarak yalnızca cetveli tercih ettiklerini göstermektedir. UniH'deki öğrencilerin de ağırlıklı olarak cetvel kullanmayı tercih ettikleri ancak UniA'dan farklı olarak pergel kullanarak da soruyu çözebildikleri belirlenmiştir.

Soru 3-a) Yandaki şekilde içi su dolu bir çocuk havuzu görüyorsunuz. Bu havuzu aydınlatmak için $|AB|$ yi çap kabul eden çember üzerinde bulunan herhangi iki noktaya lamba dikilmek isteniyor.



Lambaları nereye yerleştirirsiniz? Matematiksel bir gerekçeye dayanarak hesaplayınız.

Not: Havuzun içini kullanıp bir ölçüm yapma imkânınız yok. Havuza giremezsiniz.

Çözüm: 3-b seçeneğinin açıklamasında çözüm görülebilir.

Bu sorunun çözümüne ilişkin ortaya çıkan cevaplar ve kategorileri Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9: Soru 3-a için verilen cevaplara ilişkin bulgular

Çözüm Kategorileri	Kodlar	Cinsiyet	Üniversite	
			UniH	UniA
Havuzun yatay düzlemdeki görüntüsüne benzer yere paralel uzanan bir çember üstünde yapılan çözümler (iki boyutlu)	Lambaların yüksekliğini hesaba katan çözümler	Kadın	-	1
		Erkek	-	-
	A ve B noktalarına yükseklik belirtmeden lamba yerleştiren çözümler	Kadın	3	11
		Erkek	3	1
	Çapı gören herhangi iki uca yükseklik belirtmeden lamba yerleştiren çözümler	Kadın	1	8
		Erkek	3	1
Havuzun iki ucunu (A ve B) çap kabul eden ve düşey düzlemde çizilen bir çember üstünde yapılan çözümler (üç boyutlu)	Çap ile yatayda sağdan ve soldan 45° lik açılarının çemberi kestiği noktalara lamba yerleştiren çözümler	Kadın	1	2
		Erkek	-	-
	Çemberi çizip lambaları yerleştirmeden yarım bırakılan çözümler	Kadın	5	-
		Erkek	2	-
Matematiksel olmayan çözümler		Kadın	2	9
		Erkek	3	2
Toplam			23	35

Öklid bağıntıları kullanılarak çözülebilecek olan bu soruda iki tür çözüm dikkat çekmiştir. Aslında sorunun üç boyutlu düşünülerek havuz üstünde tıpkı bir sepetin sapı gibi bir çember yayı üzerinde çalışılması uygundur. Ancak bu soru için UniH'deki soruya cevap veren öğretmen adaylarının %43,8'i (n=10), UniA'daki soruya cevap veren öğretmen adaylarının ise %62,9'u (n=22) yatayda havuzun kenarlarına dıştan teğet bir çember üstünde çalışmışlardır. Bu doğru bir çözüm değildir. Bu durum öğretmen adaylarının problemi anlama aşamasında karşılaştıkları bir soruna işaret edebilir. Bu yoldan çözmeye çalışan öğretmen adaylarının çözümün ilerleyen aşamalarında lambaları yerleştirecekleri bir yükseklikten de bahsetmedikleri görülmüştür. Zaten yatayda bir çember üzerinde çalıştıkları için bu çember yayı üzerine lamba dikeceklerini düşünmüş oldukları hesaba katıldığında lambanın yeri yay üstünde yay üstünde olması koşulu altında yüksekliğinde bir önemi kalmayacaktır. Ancak bu durum problemde sorulan, cevabı merak

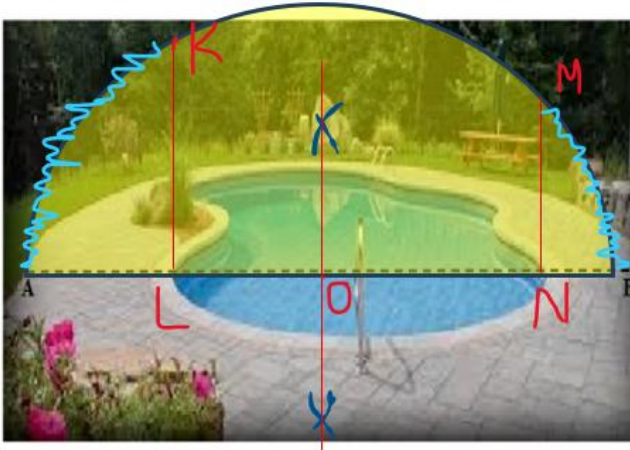
edilen soruyla aynı şey değildir zaten. Olması gerektiği gibi (Şekil 5) düşey ekseninde bir çember yayı üstünde çalışmaya başlayan öğretmen adaylarının da matematiksel sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir.

Soru 3-b) Yandaki şekilde içi su dolu bir çocuk havuzu görüyorsunuz. Bu havuzu aydınlatmak için $|AB|$ yi çap kabul eden çember üzerinde bulunan herhangi iki noktaya lamba dikilmek isteniyor.

Havuzun içini kullanamadığınıza göre lambaların yerini nasıl belirlersiniz? Pergel-çizgeç kullanarak lambanın yerleştirilebileceği noktaları gösteriniz.

Not: Havuzun içini kullanıp bir ölçüm yapma imkanınız yok. Havuza giremezsiniz. (Altun, 2022)

Şekil 5. Soru 3-b'nin matematiksel araçlar aracılığıyla yapılması beklenen çözümü



Çözüm: Lamba $|AB|$ yi çap kabul eden çember yayı üzerine dikileceğine göre öncelikle bu çemberi çizmekle başlanır. Çemberi çizebilmek için önce çapın orta noktası (merkez-O) pergelle belirlenir. Daha sonra O merkezli r yarıçaplı çember yayının havuzun üstüne denk gelen parçası çizilir (AB yayı). Havuzun içine

girilemeyeceği soruda belirtildiği için havuzun kenarlarından dikler çıkılarak (KL ve MN) yay ile kesişme noktaları belirlenir. Bu noktalar kritik noktalarımızdır. KM yayı havuzun içine denk geldiği için o kısma aydınlatma direği dikemeyiz. Direkler AK ve MB aralığında kalan her noktaya dikilebilir. Direğin uzunluğu için Öklid bağıntıları kullanılır. Belirtilen aralıkta, yay üstünde alınan her nokta ile A ve B noktalarından elde edilecek olan üçgen, bir dik üçgen olacaktır (Çapı gören çevre açıdan dolayı) ve o noktalardan havuzun kenarına inecek olan direkler de yere dik olacaktır. Bu durumda $h^2=p.k$ bağıntısı kullanılarak hesaplanacak olan uzunluktaki direk, direğin havuz kenarına dikilmesi belirlenen noktaya dikildiğinde, aydınlatma ışığının yay üstünde olacağı açıktır.

Katılımcıların bu sorunun çözümünde yaptıkları hatalar Tablo 10’da sunulmuştur. Tablo 10’da hataya yol açan durumlar, hata kodları, cinsiyet ve çözümde pergel ya da cetvel kullanımına göre kategorize edilerek verilmiştir.

Tablo 10: Soru 3-b hatalı cevapların analizi ve öğrencilere ilişkin betimsel bulgular

Hataya Yol Açan Durum	Hatalı Cevaplara İlişkin Kodlar	Cinsiyet	Pergelle Çizim		Cetvelle Çizim	
			UniA	UniH	UniA	UniH
Lambalardan birinin havuz zeminin altına (KL yayının tam karşısındaki parça) denk gelmesi	[AB] çaplı çemberi çizmek ve lambalar için bu çember üstünde rastgele herhangi iki nokta almak	Kadın	-	1	5	-
		Erkek	-	4	2	-
	[AB] çaplı çemberi çizmek ve lambalar için bu çember	Kadın	7	2	-	-
	üstünde A ve B ye eşit uzaklıkta olan	Erkek	1	-	-	-

herhangi iki nokta almak						
Aydınlatma direğinin havuzun içine dikilmesi	[AB] çaplı yarım çemberi çizmek ve lambalar için çap ile sağdan ve soldan 45° açı yapan iki doğru parçasının çember yayını kestiği noktaları almak	Kadın	-	-	-	-
	Çemberin merkezine bir direk dikmek	Kadın	6	2	-	-
	[AB] çaplı çemberi çizmek ve lambalar için çapı taban alan bir ikizkenar üçgenin (h=r) tepe noktasını almak (bir tane lamba)	Erkek	-	-	-	-
		Kadın	-	3	-	-
		Erkek	-	-	-	-
		Erkek	-	-	-	-
Lambaların çember yayı üzerinde olmaması	[AB] çaplı çemberi çizmek ve lambalar için merkezin sağında ve solunda, merkeze r/2 kadar uzakta olan iki noktaya r uzunluğunda direkler dikmek	Kadın	2	-	1	-
	A ve(ya) B noktasına r uzunluğunda direk dikmek	Erkek	-	-	-	-
	A ve(ya) B noktasına yüksekliği belirlenmemiş bir direk dikmek	Kadın	-	-	-	-
		Erkek	2	-	-	-
		Kadın	5	1	1	-
		Erkek	-	1	-	-
	Havuzun kenarındaki herhangi iki noktayı almak	Kadın	-	-	1	-
		Erkek	-	-	-	-

Tablo 10’da bu sorunun çözümünde hataya yol açan durumlar olarak belirlenen kategoriler incelendiğinde yine önceki problemlerde olduğu gibi problemi anlama aşamasında yaşanan eksiklik göze çarpmaktadır. Burada lambaların konumu, lambaların ucuna yerleştirilecekleri direklerin yükseklikleri ve iki lamba yerleştirilmesi gereği göz ardı edilmiştir. Öğretmen adayları bu soruda a seçeneğinden farklı olarak Şekil 5’teki gibi havuzu tepeden göre bir yay çizmeyi başarmıştır. Ancak çözümün bundan sonraki kısmına ilerleyememişlerdir. Tablo 2’de de görüleceği üzere çoğunluk UniA’daki öğretmen adaylarından oluşacak şekilde diğer sorulara göre en fazla boş bırakılan soru 3-b sorusu olmuştur. Bu soruya toplam 3 katılımcı doğru cevap vermiştir. Bu katılımcıların hepsi kadındır. Doğru cevap veren 2 katılımcı UniH, 1 katılımcı UniA’dadır. Doğru cevapların hepsinde pergel-cetvel birlikte kullanılmıştır.

Sonuç ve Öneriler

Geometrik oluşumun hem öğrenenlerin bilişsel gelişiminde hem de öğretmen adaylarının pedagojik becerilerinde önemli bir rol oynadığı söylenebilir. Özellikle dinamik geometri yazılımları aracılığıyla yürütülen çalışmalar, öğrencilerin ve öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinde anlamlı ilerlemeler sağladığını göstermektedir (Napitupulu, 2001; Deniz & Kabael, 2021; Sır, 2022). Bu ortamlar, bireylerin soyut geometrik ilişkileri görselleştirmelerine, kanıt üretmelerine ve kavramsal bağlantılar kurmalarına olanak tanımaktadır. Bununla birlikte, pergel ve çizgeçle yapılan geleneksel geometrik inşalar da hâlâ öğrenme sürecinin vazgeçilmez bir parçası olup, öğrencilerin uzamsal akıl yürütme ve temel ölçsüz inşa becerilerini desteklemektedir (Gür & Demir, 2017; Ulusoy, 2019). Bu çalışmada öğretmen adaylarının pergel-cetvel kullanarak yapmaları gereken geometrik inşalarda yetersiz oldukları belirlenmiştir. Aynı soruyu matematiksel olarak

çözebilirken, beceri gerektiren pergel-çizgeç kullanımı yoluyla çözmekte başarılı olamadıkları belirlenmiştir.

Geometrik oluşum sürecini yalnızca bilişsel bir beceri olarak değil, aynı zamanda öğretmen adaylarının pedagojik karar verme ve öğrenci düşünmesini yönlendirme kapasiteleriyle birlikte ele alması gerektiği ortaya çıkmıştır. Ancak bununla birlikte öğretmen adaylarının geometrik oluşum problemleri ve matematiksel araçlarının kullanımı konusunda da bir eğitime ihtiyacı olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda yürütülecek çalışmalar, hem öğretmen adaylarının geometrik kavramları derinlemesine anlamalarına hem de bu kavramların öğretimine ilişkin farkındalıklarını artırmalarına katkı sağlayacaktır. Öğretmen eğitimi müfredatına, geometrik oluşumu sadece bir teknik beceri olarak değil, aynı zamanda öğretim stratejileri ve öğrenci düşüncesini anlama aracı olarak ele alan özel modüller eklenebilir. Bu modüller, öğretmen adaylarının dinamik ve geleneksel ortamların sunduğu fırsatları ve kısıtlamaları pedagojik kararlar alırken kullanabilme becerilerini geliştirmelidir.

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin oluşturduğu inşaların "neden geçerli olduğunu" veya "nerede hata yapıldığını" matematiksel olarak gerekçelendirme süreçlerini yönetebilme becerileri önceliklendirilmelidir. Bu amaçla, gerçek öğrenci çalışma örneklerinin analizine dayalı vaka çalışmaları eğitim materyali olarak kullanılabilir.

Geometrik oluşum etkinlikleri, yalnızca bir sonuç elde etme faaliyeti olmaktan çıkarılıp, öğrencilerin yaptıkları inşaları savunmalarını ve matematiksel gerekçelendirme yapmalarını gerektiren tartışma ortamlarına dönüştürülmelidir. Bu, öğrencilerin kavramsal bağlantılar kurmalarına (Sır, 2022) olanak tanır.

Not: Bu çalışma “Akranlarımla Geometrik İnşa Süreçleri: İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Bağlamsal Geometrik Oluşum Problemlerini Çözüm Süreçlerinin İncelenmesi” isimli

TÜBİTAK 2209-A öğrenci projesi kapsamında toplanan verilerle hazırlanmıştır.

Kaynakça

Altun, M. (2023). *Ortaokullarda matematik öğretimi*. Aktüel Yayınları: Ankara.

Deniz, Ö., & Kabael, T. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin temel geometrik oluşumları gerçekleştirmelerine yönelik tasarlanan bir öğrenme yörüngesinde bilişsel süreçlerinin incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 46(206).

Dufourd, J.-F. (1998). Geometric construction by assembling solved subfigures. *Artificial Intelligence*, 99(1), 73–119. [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(97\)00070-2](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(97)00070-2)

Gall, M., Borg, W., ve Gall, J.P: (1996). *Educational research on introduction* (6. baskı) USA: Longman Publisher.

Gür, H., VE Demir, M. K. (2017). Pergel-cetvel kullanarak temel geometrik çizimlerin öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerine ve tutumlarına etkisi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1), 88-110.

Marinković, S., & Janičić, P. (2012). *Towards understanding triangle construction problems*. *arXiv preprint* arXiv:1207.4432. <https://arxiv.org/abs/1207.4432>

McMillan, J. H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4. baskı). New York: Longman Publisher.

MEB, (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı* (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli. Ankara.

Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and Van Hiele's of thinking on geometric constructions* (Unpublished master's thesis). Simon Fraser University, Canada.

Öçal, M. F., ve Şimşek, M. (2017). Pergel-çizgeç ve Geogebra inşaları üzerine: Öğretmenlerin geometrik inşa süreçleri ve görüşleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 37(1).

Raynaud, D. (2018). Diversity, simplicity and selection of geometric constructions: The case of the n -section of a straight line. *Nexus Network Journal*, 20(3), 553–570. <https://doi.org/10.1007/s00004-018-0378-8>

Sır, A. (2022). *Dinamik Geometri Yazılımı İle Zenginleştirilmiş Ortamlarda Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçleri Üzerine Bir Öğretim Deneyi* (Doctoral dissertation, Bursa Uludag University (Turkey)).

Tisdell, C., & Olmedo, S. (2022). Beyond the compass: Exploring geometric constructions via a circle arc template and a straightedge. *STEM Education*, 3(1), 1–16. <https://doi.org/10.3934/steme.2022001>

Ulusoy, F. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının pergel-cetvel ve dinamik geometri yazılımı kullanarak yaptıkları geometrik inşalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 336-372.

Wong, J. H., Qi, Y., & Tan, C. (2022). EuclidNet: Deep visual reasoning for constructible problems in geometry. *arXiv preprint arXiv:2301.13007*. <https://arxiv.org/abs/2301.13007>

Yıldız, A. (2016). The geometric construction abilities of gifted students in solving real-world problems: A case from Turkey. *Journal of Education and Practice*, 7(30), 35–44. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1116207.pdf>